



Izen abizenak:

Problema nº1

Un satélite artificial de 1000 kg describe una órbita circular terrestre situada a 6000 km sobre la superficie de la tierra.

a) ¿Cuál ha sido la energía mínima necesaria para situarlo en esa órbita, partiendo de un punto de la superficie terrestre?

b) ¿Cuál es su velocidad lineal?

c) ¿Cuál sería el período de revolución del satélite alrededor de la tierra?

Constante de gravitación universal: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

Masa de la Tierra: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Radio de la Tierra: $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

Problema nº2

Dos plataformas circulares, homogéneas, de igual masa y de radios $R_1=12\text{m}$ y $R_2=6\text{m}$ rotan alrededor de un eje común que coincide con su eje principal de simetría con velocidades angulares $\omega_1=4\text{rad/s}$ y $\omega_2=6\text{rad/s}$ y en sentido contrario. Si una de las plataformas se monta encima de la otra de manera que rotan conjuntamente con respecto al mismo eje, obtener la velocidad angular resultante y el sentido de giro.

Problema nº3

Calcula la energía de escape de una pelota de fútbol de masa 1kg lanzada desde la superficie terrestre. $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$; $R_T = 6370 \text{ Km}$

Problema nº4

Una partícula tiene un movimiento descrito por un M.A.S. dado por la ecuación:

$$x(t) = 10 \cdot \sin\left(4t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Calcular:

a) La posición para $t = 1 \text{ s}$.

b) La velocidad en $t = 1 \text{ s}$.

c) El período, la amplitud, la frecuencia y la fase inicial.

Problema nº5

¿Cuál es la energía potencial gravitatoria del sistema Tierra-Luna?. Considere que ambos astros son partículas.

Datos: La masa de la Tierra es $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ y la de la Luna 1/81 partes de la terrestre; la distancia que las separa es $3,8 \cdot 10^5 \text{ km}$.

Ejercicio nº6

Escribir la ecuación de la elongación de un M.A.S. cuya amplitud es de 0,5 m, su velocidad angular es de 2 rad/s y su fase inicial es de $\pi/2$.

Ejercicio nº7

Enunciar el teorema de la energía potencial.

Ejercicio nº8

Calcular el trabajo realizado por el campo gravitatorio, en la caída de una piedra de 1 kg. desde un edificio de altura 20 m.

Ejercicio nº9

Definir y expresar matemáticamente la energía de satelización.

Física 2º. Bachillerato

Nombre _____ Grupo _____ N° _____

Evaluación _____ Fecha _____

Calificación: _____

$$\frac{GM}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \frac{GM}{r}$$

Ejercicio nº8

Definir y expresar matemáticamente la energía de satelización.

Problema 1

$m = 1000 \text{ kg}$ órbita circular
 $h = 6000 \text{ km}$

(a) $E_{m1} = E_{m2}$

$$-G \frac{Mm}{R_T} + E_{c1} = -G \frac{Mm}{R_T+h} + \frac{1}{2} G \frac{Mm}{R_T+h}$$

$$\begin{aligned} E_{c1} &= -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{R_T+h} + G \frac{Mm}{R_T} = G M m \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2(R_T+h)} \right) = \\ &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 10^3 \left(\frac{1}{6,37 \cdot 10^6} - \frac{1}{2(6,37 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^6)} \right) = \\ &= \underline{4,65 \cdot 10^6 \text{ J}} \end{aligned}$$

(b)

$$F_g = F_c$$

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^6}} = \underline{5678 \text{ m/s}}$$

(c)

$$v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi (6,37 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^6)}{5678} = \underline{13688 \text{ s}} = 3,8 \text{ h} = \underline{3 \text{ h } 48 \text{ min } 8 \text{ s}}$$

Física 2º. Bachillerato

Nombre _____ Grupo _____ N° _____

Evaluación _____ Fecha _____ Calificación: _____

Problema nº1

Dos plataformas circulares, homogéneas, de igual masa y de radios $R_1=12\text{m}$ y $R_2=6\text{m}$ rotan alrededor de un eje común que coincide con su eje principal de simetría con velocidades angulares $\omega_1=4\text{rad/s}$ y $\omega_2=6\text{rad/s}$ y en sentido contrario. Si una de las plataformas se monta encima de la otra de manera que rotan conjuntamente con respecto al mismo eje, obtener la velocidad angular resultante y el sentido de giro.

Solución

Dado que no actúan fuerzas externas en el sistema formado por ambas plataformas, su momento angular de rotación se mantendrá constante, es decir $L_1 + L_2 = L_{1,2}$. Específicamente:

$$L_1 + L_2 = I_1\omega_1 - I_2\omega_2 = \frac{1}{2}M_1R_1^2\omega_1 - \frac{1}{2}M_2R_2^2\omega_2 = 180M$$

Donde se ha tenido en cuenta que ambas masas coinciden, $M = M_1 = M_2$ y además se ha tomado como positivo el sentido de giro de la primera plataforma. El momento angular final será:

$$L_{1,2} = (I_1 + I_2)\omega = \left(\frac{1}{2}M_1R_1^2 + \frac{1}{2}M_2R_2^2\right)\omega = 90M\omega.$$

Finalmente, de $L_1 + L_2 = L_{1,2} \rightarrow 180M = 90M\omega$ obtenemos la velocidad angular resultante $\omega = 2\text{rad/s}$, cuyo signo indica que el sistema gira en el sentido de la primera plataforma.

Ejercicio nº2

Calcula la energía de escape de una pelota de fútbol de masa 1kg lanzada desde la superficie terrestre. $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$; $R_T = 6370 \text{ Km}$

Solución

La energía de escape viene dada por: $E_e = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$

Sustituyendo los datos, tenemos: $E_e = G \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 1}{6370 \cdot 10^3} = 62.8 \text{ J}$

Problema nº3

Una partícula tiene un movimiento descrito por un M.A.S. dado por la ecuación:

$$x(t) = 10 \cdot \sin\left(4t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Calcular:

- La posición para $t = 1 \text{ s}$.
- La velocidad en $t = 1 \text{ s}$.

Física 2º. Bachillerato

Nombre _____ Grupo _____ Nº _____

Evaluación _____ Fecha _____ Calificación: _____

c) El período, la amplitud, la frecuencia y la fase inicial.

Solución

a) Para calcular la posición basta con sustituir $t = 1$ s en la ecuación anterior:

$$x(1) = 10 \sin\left(4 \cdot 1 + \frac{\pi}{2}\right) = -6,5 \text{ m}$$

b) La velocidad se calcula derivando $x(t)$ respecto al tiempo:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 40 \cos\left(4t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow v(1) = 40 \cos\left(4 + \frac{\pi}{2}\right) = 30,3 \text{ m/s}$$

c) Comparando la ecuación anterior con la ecuación general de un M.A.S., obtenemos que:

$$\omega = 4 \text{ rad/s} \rightarrow v = \frac{\omega}{2\pi} = 0,64 \text{ s} \rightarrow T = \frac{1}{v} = 1,57 \text{ s}$$

La amplitud son 10 m y la fase inicial $\pi/2$.

Ejercicio nº4. Problema 5

¿Cuál es la energía potencial gravitatoria del sistema Tierra-Luna?. Considere que ambos astros son partículas.

Datos: La masa de la Tierra es $6 \cdot 10^{24}$ kg y la de la Luna $1/81$ partes de la terrestre; la distancia que las separa es $3,8 \cdot 10^5$ km.

Solución

La energía en este sistema vendrá dada por:

$$E_p = -\frac{GM_T M_L}{d}$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$E_p = -G \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{81 \cdot 3,8 \cdot 10^8} = -7,6 \cdot 10^{29} \text{ J}$$

Ejercicio nº5. Ejercicio 6

Escribir la ecuación de la elongación de un M.A.S. cuya amplitud es de 0,5 m, su velocidad angular es de 2 rad/s y su fase inicial es de $\pi/2$.

Solución

Utilizando la forma general de la elongación de un M.A.S.:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Física 2º. Bachillerato

Nombre _____ Grupo _____ N° _____

Evaluación _____ Fecha _____ Calificación: _____

y sustituyendo los datos del problema, obtenemos:

$$x(t) = 0,5 \cos\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)$$

~~Ejercicio nº6~~ Ejercicio 7

Enunciar el teorema de la energía potencial.

Solución

El teorema dice que en un campo de fuerzas conservativo, el trabajo realizado por las fuerzas del campo es igual a la variación de energía potencial con signo opuesto, o lo que es lo mismo la diferencia de energía cinética, como enuncia el teorema de las fuerzas vivas.

~~Ejercicio nº7~~ Ejercicio 8

Calcular el trabajo realizado por el campo gravitatorio, en la caída de una piedra de 1 kg. desde un edificio de altura 20 m.

Solución

El trabajo realizado se calculará mediante el teorema de la energía potencial. Así, el trabajo será la diferencia de energía potencial cambiada de signo.

$$T_{i \rightarrow f} = E_p(f) - E_p(i) = +mgh = +1 \cdot 9,8 \cdot 20 = +196 \text{ J}$$

~~Ejercicio nº8~~ Ejercicio 9

Definir y expresar matemáticamente la energía de satelización.

Solución

La energía de satelización es la energía que hay que proporcionar a un satélite para situarlo en una

órbita con radio R sobre la superficie terrestre: $E = G \cdot M_T \cdot m \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2 \cdot R} \right)$, donde M_T es la masa de la Tierra y m la del satélite, R_T el radio de la Tierra y R el de la órbita del satélite.

1

3 Una onda transversal de 1 cm de amplitud y 100 Hz de frecuencia se propaga a lo largo del eje X con una velocidad de 20 m/s. Determina:

a) La expresión de la elongación, velocidad y aceleración de una partícula situada a 10 cm del foco.

b) ¿En qué instante alcanza esa partícula los valores máximos de las expresiones anteriores?

Determinamos las magnitudes que caracterizan a la onda:

Amplitud: $A = 0,01$ m; frecuencia: $\nu = 100$ Hz; período: $T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{100 \text{ Hz}} = 10^{-2}$ s

Velocidad de propagación: $v = 20$ m/s; longitud de onda: $\lambda = v \cdot T = 20 \text{ m/s} \cdot 10^{-2} \text{ s} = 0,2$ m.

La expresión general de la onda es: $y_{x,t} = A \cos 2\pi (t/T - x/\lambda) = 10^{-2} \cos 2\pi (100t - 5x)$ m.

Para la partícula situada a 10 cm = 0,1 m del foco tenemos que, como $\lambda = 20$ cm, está en oposición de fase con la partícula situada en el origen $x = 0$.

a) Elongación.

En el instante inicial, el foco tiene su máxima elongación, por lo que la partícula considerada tiene de elongación $-A$.

Transcurrirá un tiempo igual a la mitad del período $t = T/2 = 5 \cdot 10^{-3}$ s para que alcance su máxima elongación. De otra forma:

$$y_{x=0,1;t} = 10^{-2} \cos 2\pi (100t - 5 \cdot 0,1) = 10^{-2} \cos 2\pi (100t - 0,5) \text{ m}$$

Que alcanza su máximo valor cuando: $\cos 2\pi (100t - 0,5) = 1 \Rightarrow 2\pi (100t - 0,5) = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow t = 5 \cdot 10^{-3}$ s

b) Velocidad.

En el instante inicial, el foco y la partícula considerada están en los extremos de la vibración, por lo que debe transcurrir un tiempo igual a un cuarto del período ($t = T/4 = 2,5 \cdot 10^{-3}$ s) para que la partícula pase por el centro de la oscilación y adquiera su máxima velocidad. De otra forma:

$$v_{x=0,1;t} = \frac{dy}{dt} = 10^{-2} \cdot 2\pi \cdot 100 [-\sin 2\pi (100t - 0,5)] = -2\pi \sin 2\pi (100t - 0,5) \text{ m/s}$$

Que alcanza su máximo valor si: $\sin 2\pi (100t - 0,5) = -1 \Rightarrow 2\pi (100t - 0,5) = 3\pi/2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow t = 0,0125$ s

Este tiempo es la suma del período ($T = 0,01$ s) y un cuarto del período ($T/4 = 0,0025$ s), que es tiempo total que tarda en llegarle la perturbación al punto considerado y adquirir la velocidad máxima, en el caso de que no vibre en el instante inicial.

c) Aceleración.

En el instante inicial, la partícula está en el extremo inferior de la oscilación, por lo que la aceleración es máxima y positiva en ese instante.

$$a_{x=0,1;t} = \frac{dv}{dt} = -2\pi \cdot 2\pi \cdot 100 \cos 2\pi (100t - 0,5) = -400\pi^2 \cos 2\pi (100t - 0,5) \text{ m/s}^2$$

Que alcanza su máximo valor si: $\cos 2\pi (100t - 0,5) = -1 \Rightarrow 2\pi (100t - 0,5) = \pi \Rightarrow t = 0,01$ s.

Que es el tiempo que tarda la perturbación en llegar al punto considerado y adquirir la máxima aceleración, en el caso de que no vibre inicialmente.

2

1 Un foco genera ondas de 2 mm de amplitud con una frecuencia de 250 Hz, que se propagan por un medio a una velocidad de 250 m/s.

a) Determina el período y la longitud de onda.

b) Si en el instante inicial la elongación de un punto situado a 3 m del foco es $y = -2$ mm, determina la elongación de un punto situado a 2,75 m del foco en el mismo instante.

a) Período: $T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{250 \text{ Hz}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$; longitud de onda: $\lambda = \frac{\nu}{\nu} = \frac{250 \text{ m/s}}{250 \text{ Hz}} = 1 \text{ m}$.

b) La ecuación general es: $y_{x,t} = A \cos \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right] = 2 \cdot 10^{-3} \cos [2\pi (250t - x) + \varphi_0] \text{ m}$

A partir de la condición de la elongación del punto situado a 3 m del foco, obtenemos φ_0 .

$$y_{x=3; t=0} = 2 \cdot 10^{-3} \cos [2\pi (250 \cdot 0 - 3) + \varphi_0] = -2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \\ \Rightarrow \cos (-6\pi + \varphi_0) = -1 \Rightarrow \varphi_0 = \pi \text{ rad}$$

La ecuación general de la onda es: $y_{x,t} = 2 \cdot 10^{-3} \cos [2\pi (250t - x) + \pi] \text{ m}$

La elongación del punto $x = 2,75 \text{ m}$ en el instante pedido es:

$$y_{x=2,75; t=0} = 2 \cdot 10^{-3} \cos [2\pi (250 \cdot 0 - 2,75) + \pi] = 2 \cdot 10^{-3} \cos 6,5\pi = 0 \text{ m}$$

2 La intensidad de una onda sonora está determinada por la expresión: $I = \frac{p_0^2}{2\rho\nu}$, con p_0 la amplitud de la presión, $\rho = 1,3 \text{ kg/m}^3$ la densidad del aire y $\nu = 340 \text{ m/s}$ la velocidad de propagación del sonido.

Si se define nivel de intensidad sonora a $B = 10 \log \frac{I}{I_0}$, con $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$, deduce la intensidad y la amplitud de presión de una onda sonora en el umbral de audición (0 dB) y en el umbral que produce dolor (120 dB).

a) Para el umbral de audición.

$$B = 10 \log \frac{I}{I_0}; 0 = 10 \log \frac{I}{10^{-12} \text{ W/m}^2} \Rightarrow I_{\text{umbral}} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

Que corresponde a una amplitud de la onda de presión:

$$I = \frac{p_0^2}{2\rho\nu} \Rightarrow p_{0 \text{ umbral}} = \sqrt{2\rho\nu I_{\text{umbral}}} = \sqrt{2 \cdot 1,3 \text{ kg/m}^3 \cdot 340 \text{ m/s} \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2} = 2,97 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$$

b) Para el umbral de dolor.

$$B = 10 \log \frac{I}{I_0}; 120 = 10 \log \frac{I}{10^{-12} \text{ W/m}^2}; 10^{12} = \frac{I_{\text{dolor}}}{10^{-12}} \Rightarrow I_{\text{dolor}} = 1 \text{ W/m}^2$$

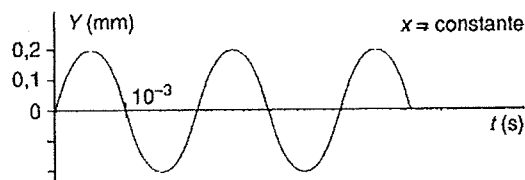
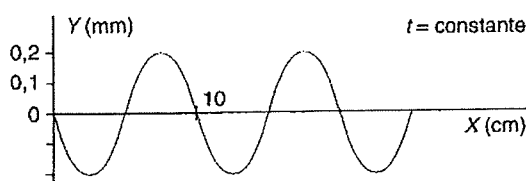
Que corresponde a una amplitud de la onda de presión:

$$I = \frac{p_0^2}{2\rho\nu} \Rightarrow p_{0 \text{ dolor}} = \sqrt{2\rho\nu I_{\text{dolor}}} = \sqrt{2 \cdot 1,3 \text{ kg/m}^3 \cdot 340 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ W/m}^2} = 29,7 \text{ Pa}$$

La amplitud entre el umbral de audición y el de dolor varía en un factor de un millón.

3

4 En una cuerda elástica se mueve una onda progresiva transversal sinusoidal. Determina su ecuación, conociendo las elongaciones de cada partícula de la cuerda en el instante $t = 0$ s y la elongación en función del tiempo para el origen que ocupa la posición $x = 0$ m.



De la gráfica a $t = \text{cte}$, obtenemos los valores de la longitud de onda y de la amplitud.

$$\lambda = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}; A = 0,2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

De la gráfica a $x = \text{cte}$, obtenemos el valor del período, con lo que podemos conocer la frecuencia y la velocidad de propagación:

$$T = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}; v = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 500 \text{ Hz}; v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,1 \text{ m}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 50 \text{ m/s}$$

Al ser en el instante inicial la elongación del origen cero, utilizaremos para la descripción del movimiento la función seno. Como la partícula se dirige hacia la parte positiva de las elongaciones, la fase inicial es cero. Además observamos que la perturbación avanza en el sentido positivo del eje de las abscisas X .

Por tanto la expresión que describe el movimiento es:

$$y_{x,t} = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 2 \cdot 10^{-4} \sin 2\pi \left(\frac{t}{2 \cdot 10^{-3}} - \frac{x}{0,1} \right) = 2 \cdot 10^{-4} \sin 2\pi (500t - 10x) \text{ m}$$

4

5 Una onda transversal queda definida por la ecuación $y = 3 \cos \pi \left(\frac{t}{2} + \frac{x}{80} \right)$ con x, y en cm y t en s. Determina:

- La diferencia de fase entre dos estados de vibración de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es 8 s y 9 s.
- La diferencia de fase, en un instante dado, de dos partículas separadas 400 cm y 440 cm.

Escribiendo la ecuación de la forma: $y = 3 \cos 2\pi \left(\frac{t}{4} + \frac{x}{160} \right)$, vemos que: $T = 4$ s y $\lambda = 160$ cm

- La diferencia de fase para una determinada partícula entre dos instantes es:

$$\delta = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \left(\frac{t_2}{4} + \frac{x}{160} \right) - 2\pi \left(\frac{t_1}{4} + \frac{x}{160} \right) = \frac{\pi}{2} (t_2 - t_1)$$

Si $t_2 - t_1 = 8 \text{ s} = 2T$; por lo que: $\delta = 4\pi \text{ rad} = 2 \cdot 2\pi \text{ rad}$ y los estados están en fase.

Si $t_2 - t_1 = 9 \text{ s} = 2T + \frac{T}{4}$; por tanto: $\delta = \frac{9\pi}{2} \text{ rad} = 4\pi + \frac{\pi}{2} \text{ rad}$, y la diferencia de fase es $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

- La diferencia de fase para dos partículas en un instante dado es:

$$\delta = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \left(\frac{t}{4} + \frac{x_2}{160} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{4} + \frac{x_1}{160} \right) = \frac{\pi}{80} (x_2 - x_1)$$

Si $x_2 - x_1 = 400 \text{ cm} = 2\lambda + \frac{1}{2}\lambda$; entonces: $\delta = 5\pi \text{ rad} = 2 \cdot 2\pi + \pi \text{ rad}$; están oposición de fase.

Si $x_2 - x_1 = 440 \text{ cm} = 2\lambda + \frac{3\lambda}{4}$; $\delta = \frac{11\pi}{2} = 4\pi + \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$; la diferencia de fase es $\frac{3\pi}{2} \text{ rad}$

5

- 1 Un punto está sometido a la acción de dos ondas idénticas que parten de dos focos situados, respectivamente, a 26 cm y 25,8 cm del punto. Si la velocidad de propagación de la onda es de 1 200 m/s, determina cuál debería ser la frecuencia de ambos focos para que en un punto correspondiente al primer mínimo se produzca una interferencia total.

La interferencia de dos ondas es destructiva para todos los puntos para los que la diferencia de distancias a los focos sea un número impar de semilongitudes de onda, y la amplitud será cero.

$$s_1 - s_2 = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

El primer mínimo se produce cuando $n = 0$, por lo que: $s_1 - s_2 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 26 \text{ cm} - 25,8 \text{ cm} = \frac{\lambda}{2}$

La longitud de onda es: $\lambda = 0,4 \text{ cm}$

La frecuencia de los focos es: $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{1\,200 \text{ m/s}}{0,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 300\,000 \text{ Hz}$

6

- 2 Una onda sonora plana, de ecuación $y_{x,t} = 6 \cdot 10^{-6} \cos(1\,800t + 5,3x)$ en unidades del S.I., se refleja sin atenuación en una pared, con inversión de fase. Determina la frecuencia de la onda. Calcula la velocidad de propagación y di si se está propagando en el aire. Dibuja la onda incidente y la onda reflejada, y di en qué puntos se oirá el silencio.

a) Comparando la ecuación de la onda con la expresión general: $2\pi\nu = 1\,800 \Rightarrow \nu = \frac{900}{\pi} \text{ Hz}$

b) La longitud de onda es: $\frac{2\pi}{\lambda} = 5,3 \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{5,3} = \frac{2\pi}{53} \text{ m}$

La velocidad de propagación es: $\nu = \lambda \nu = \frac{2\pi}{53} \text{ m} \cdot \frac{900}{\pi} \text{ Hz} = 340 \text{ m/s}$, se propaga por el aire.

c) La onda reflejada está en oposición de fase con la incidente, se propaga hacia la derecha y tiene la misma amplitud porque se refleja sin atenuación, por lo que su ecuación es:

$$\begin{aligned} y_{x,t} &= 6 \cdot 10^{-6} \cos(1\,800t - 5,3x + \pi) = \\ &= -6 \cdot 10^{-6} \cos(1\,800t - 5,3x) \end{aligned}$$

Aplicando el principio de superposición:

$$\begin{aligned} y &= y_{\text{incidente}} + y_{\text{reflejada}} = \\ &= 6 \cdot 10^{-6} \cos(1\,800t + 5,3x) - 6 \cdot 10^{-6} \cos(1\,800t - 5,3x) \end{aligned}$$

Como $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$, tenemos:

$$y = -2 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \sin 1\,800t \sin 5,3x$$

Onda estacionaria de amplitud cero cuando:

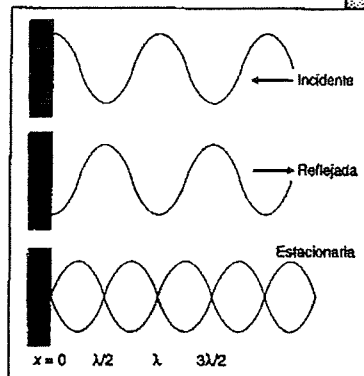
$$\sin 5,3x = 0 \Rightarrow 5,3x = n\pi \Rightarrow x = n \frac{\pi}{5,3} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

Por tanto, se oirá el silencio en los siguientes puntos: en la pared, se forma nodo porque la reflexión es con inversión de fase y, por tanto, rígida y en los puntos que distan de la pared:

$$x = 0 \quad \frac{\pi}{5,3} \text{ m} \quad 2 \frac{\pi}{5,3} \text{ m} \quad 3 \frac{\pi}{5,3} \text{ m} \dots$$

que relacionamos con la longitud de onda: $5,3 = 2 \frac{\pi}{\lambda}$

$$x = n \frac{\pi}{5,3} = n \frac{\pi}{2\pi/\lambda} = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$





Movimiento ondulatorio

- 1** Un foco emite ondas esféricas con una potencia de 20 W. Calcula la intensidad de la onda a una distancia de $R_1 = 2$ m y $R_2 = 4$ m del foco. ¿Cuál es la relación entre las intensidades y las amplitudes a esas distancias del foco?

La intensidad de onda esférica a una distancia R del foco es $I = P/S$, con lo que:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{P}{4\pi R_1^2} = \frac{20 \text{ W}}{4\pi (2 \text{ m})^2} = 0,4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \\ I_2 &= \frac{P}{4\pi R_2^2} = \frac{20 \text{ W}}{4\pi (4 \text{ m})^2} = 0,1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 4 \Rightarrow I_2 = \frac{I_1}{4}$$

Al duplicar la distancia al foco, la intensidad se divide por cuatro $(R_2 - R_1)^2$

La relación entre las amplitudes es: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2}{R_1}$; $\frac{A_1}{A_2} = \frac{4}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{A_1}{2}$

Al duplicarse la distancia al foco, la amplitud se divide por dos.

- 1** Determina las características principales de una onda que se propaga por una cuerda y cuya expresión, en unidades del S. I., es: $y = 0,02 \cos(64t - 4x)$.

Se trata de una onda que viaja a lo largo del eje X , hacia la derecha. Comparando su expresión con la de la ecuación general, tenemos:

$$y = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Amplitud: $A = 0,02$ m; período: $2\pi/T = 64 \Rightarrow T = \pi/32$ s

Frecuencia: $\nu = 1/T = 32/\pi$ Hz; pulsación: $\omega = 2\pi\nu = 64$ rad/s

Longitud de onda: $2\pi/\lambda = 4 \Rightarrow \lambda = \pi/2$ m

Velocidad de propagación a lo largo del eje x : $\nu = \lambda/T = 16$ m/s

- 2** Un oscilador de frecuencia 2 Hz actúa en el extremo de una piscina. Un observador se da cuenta que la perturbación tarda 20 segundos en recorrer los 10 metros que hay hasta el otro extremo donde un corcho se eleva 5 cm por encima de su posición de equilibrio. ¿Cuál es la expresión matemática que describe este movimiento?

La amplitud es lo que se eleva el corcho: $A = 5$ cm = 0,05 m

El período es $T = 1/\nu = 0,5$ s; la longitud de onda es: $\lambda = \nu T = (10 \text{ m}/20 \text{ s}) \cdot 0,5 \text{ s} = 0,25$ m

La expresión pedida es: $y_{x,t} = A \cos 2\pi (t/T - x/\lambda) = 0,05 \cos 2\pi (2t - 4x)$ m



- 3** La ecuación de una onda que se propaga a lo largo de una cuerda es en unidades del S.I.

$$y = 0,05 \cos 2\pi (4t - 2x)$$

- a) Deduce las expresiones generales de la velocidad y de la aceleración transversal de un elemento de la cuerda.
- b) Determina las expresiones de la elongación, velocidad y aceleración de un punto situado a 1 m del foco y sus valores máximos.
- c) Calcula la elongación, velocidad y aceleración del citado punto en el instante $t = 3$ s.
- a) Velocidad: $v = \frac{dy}{dt} = 0,05 [-\sin 2\pi (4t - 2x)] \cdot 2\pi \cdot 4 = -0,4\pi \sin 2\pi (4t - 2x) \text{ m/s}$

$$\text{Aceleración: } a = \frac{dv}{dt} = -0,4\pi [\cos 2\pi (4t - 2x)] \cdot 2\pi \cdot 4 = -3,2\pi^2 \cos 2\pi (4t - 2x) \text{ m/s}^2$$

- b) Para calcular la elongación, velocidad y aceleración del punto considerado, en función del tiempo, basta sustituir en las ecuaciones generales la correspondiente coordenada del punto.

$$y_{x=1} = 0,05 \cos 2\pi (4t - 2 \cdot 1) \text{ m} \Rightarrow y_{\text{máx}} = 0,05 \text{ m, que es valor de la amplitud}$$

$$v_{x=1} = -0,4\pi \sin 2\pi (4t - 2 \cdot 1) \text{ m/s} \Rightarrow v_{\text{máx}} = 0,4\pi \text{ m/s}$$

$$a_{x=1} = -3,2\pi^2 \cos 2\pi (4t - 2 \cdot 1) \text{ m/s}^2 \Rightarrow a_{\text{máx}} = 3,2\pi^2 \text{ m/s}^2$$

- c) Para calcular las distintas magnitudes del punto considerado en el instante preciso, sustituimos la coordenada del punto y el instante en las expresiones generales.

$$y_{x=1, t=3} = 0,05 \cos 2\pi (4 \cdot 3 - 2 \cdot 1) = 0,05 \cos (10 \cdot 2\pi) = 0,05 \text{ m}$$

El punto se encuentra en su máxima separación de la posición central y hacia la parte positiva.

$$v_{x=1, t=3} = -0,4\pi \sin 2\pi (4 \cdot 3 - 2 \cdot 1) = -0,4\pi \sin (10 \cdot 2\pi) = 0 \text{ m/s}$$

En ese instante al estar el punto en el extremo de la vibración, la velocidad es cero.

$$a_{x=1, t=3} = -3,2\pi^2 \cos 2\pi (4 \cdot 3 - 2 \cdot 1) \Rightarrow a = -3,2\pi^2 \cos (10 \cdot 2\pi) = -3,2\pi^2 \text{ m/s}^2$$

Al estar el punto en el extremo positivo de la vibración, la aceleración es máxima y de sentido negativo, se dirige hacia el centro de la oscilación.

- 4** Un foco sonoro emite ondas con una frecuencia de 400 Hz y de amplitud 10^{-1} pascuales. Si la onda se propaga a lo largo de la parte positiva del eje X con una velocidad de 340 m/s y en el instante inicial hay un máximo de presión en el foco, determina: a) La ecuación que describe la vibración del foco. b) La ecuación que describe la onda. c) La presión de un punto situado a 1,7 m del foco en el instante $t = 2,5$ s.

Como en el instante inicial la presión es máxima, utilizamos la función coseno en la descripción. Las constantes del movimiento son:

$$A = 10^{-1} \text{ Pa; } \omega = 2\pi\nu = 800\pi \text{ rad/s; } T = 1/\nu = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s; } \lambda = \nu T = 0,85 \text{ m}$$

- a) La posición del foco es $x = 0$, su ecuación de movimiento es:

$$y_{\text{foco}} = A \cos (\omega t) = 10^{-1} \cos (800\pi t) \text{ Pa}$$

- b) La ecuación que describe la onda es: $y = A \cos 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 10^{-1} \cos 2\pi (400t - 1,18x) \text{ Pa}$

- c) La presión de la posición dada en el instante pedido es:

$$y_{x=1,7; t=2,5} = 10^{-1} \cos 2\pi (400 \cdot 1,7 - 1,18 \cdot 2,5) \text{ Pa} = 0,1 \text{ Pa}$$



- 1 La ecuación de una onda que se propaga transversalmente por una cuerda expresada en unidades del sistema internacional es:

$$y = 0,06 \cos 2\pi (4t - 2x) \text{ m}$$

Se pide:

- Amplitud, período, frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación.
- Diferencia de fase entre los estados de vibración de una partícula cualquiera de la cuerda en los instantes $t = 0 \text{ s}$, $t = 0,5 \text{ s}$ y $t = 0,625 \text{ s}$.
- Representa gráficamente la forma que adopta la cuerda en los instantes anteriores.
- Diferencia de fase entre los estados de vibración en un instante para las partículas situadas en las posiciones $x = 0 \text{ m}$, $x = 1 \text{ m}$ y $x = 1,25 \text{ m}$.
- Representa gráficamente los movimientos vibratorios de las partículas anteriores.

- a) Comparando la ecuación dada con la expresión general: $y = A \cos 2\pi (t/T - x/\lambda)$, tenemos:

Amplitud: $A = 0,06 \text{ m}$; período: $1/T = 4 \Rightarrow T = 0,25 \text{ s}$; $v = 1/T = 4 \text{ Hz}$

Longitud de onda: $1/\lambda = 2 \Rightarrow \lambda = 0,5 \text{ m}$; velocidad de propagación: $v = \lambda/T = 2 \text{ m/s}$

- b) La diferencia de fase de los estados de vibración de una partícula en los instantes pedidos son:

$$\delta = \varphi_{t=0,5} - \varphi_{t=0} = 2\pi (4 \cdot 0,5 - 2x) - 2\pi (4 \cdot 0 - 2x) = 2 \cdot 2\pi \text{ rad}$$

Los dos instantes están en fase pues la separación en el tiempo de los instantes ($2T$) es un número entero de períodos.

$$\delta = \varphi_{t=0,625} - \varphi_{t=0} = 2\pi (4 \cdot 0,625 - 2x) - 2\pi (4 \cdot 0 - 2x) = 2,5 \cdot 2\pi = 2 \cdot 2\pi + \pi \text{ rad}$$

Los instantes están en oposición de fase, pues la separación en el tiempo de esos instantes ($5T/2$) es un número impar de semiperíodos.

- c) Al fijar el tiempo, la ecuación de onda nos indica la elongación de cada punto de la cuerda en ese instante.

Para la representación gráfica, determinamos la elongación del origen en los instantes pedidos y tendremos presente que la onda se repite a lo largo del eje X cada $\lambda = 0,5 \text{ m}$.

$y_{x=0; t=0} = 0,06 \cos 2\pi (4 \cdot 0 - 2 \cdot 0) = 0,06 \text{ m}$, máxima elongación y positiva.

$y_{x=0; t=0,5} = 0,06 \cos 2\pi (4 \cdot 0,5 - 2 \cdot 0) = 0,06 \text{ m}$, pues está en fase con el anterior.

$y_{x=0; t=0,625} = 0,06 \cos 2\pi (4 \cdot 0,625 - 2 \cdot 0) = -0,06 \text{ m}$, está en oposición de fase con los anteriores.

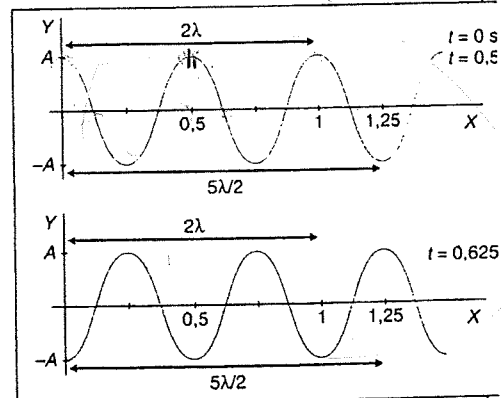
- d) La diferencia de fase de los estados de vibración en un instante para las partículas dadas son:

$$\delta = \varphi_{x=0} - \varphi_{x=1} = 2\pi (4t - 2 \cdot 0) - 2\pi (4t - 2 \cdot 1) = 2 \cdot 2\pi \text{ rad}$$

Las dos posiciones están en fase, pues su separación (2λ) es un número entero de longitudes de onda.

$$\delta = \varphi_{x=0} - \varphi_{x=1,25} = 2\pi (4t - 2 \cdot 0) - 2\pi (4t - 2 \cdot 1,25) = 2,5 \cdot 2\pi = 2 \cdot 2\pi + \pi \text{ rad}$$

Las dos posiciones están en oposición de fase, pues su separación ($5\lambda/2$) es un número impar de semilongitudes de onda.





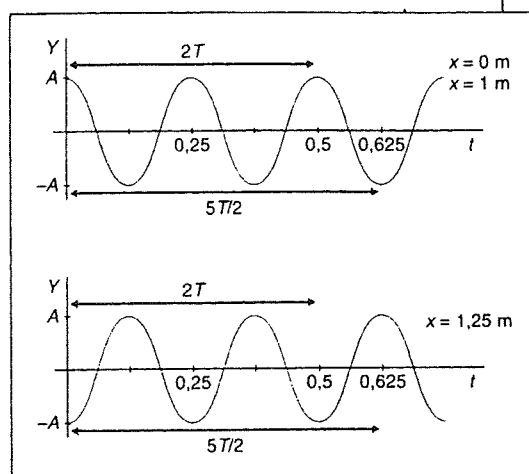
- e) Al fijar la posición, la ecuación de onda nos indica la elongación a lo largo del tiempo de esa partícula determinada, es decir, el movimiento vibratorio de la partícula fijada.

Para la representación gráfica, determinamos la elongación en el instante inicial de cada partícula y tendremos en cuenta que las vibraciones se repiten a lo largo del tiempo con un período $T = 0,25$ s.

$$y_{x=0; t=0} = 0,06 \cos 2\pi (4 \cdot 0 - 2 \cdot 0) = 0,06 \text{ m, máxima elongación y positiva.}$$

$$y_{x=1; t=0} = 0,06 \cos 2\pi (4 \cdot 0 - 2 \cdot 1) = 0,06 \text{ m, pues está en fase con el anterior.}$$

$$y_{x=1,25; t=0} = 0,06 \cos 2\pi (4 \cdot 0 - 2 \cdot 1,25) = -0,06 \text{ m, está en oposición de fase con los anteriores.}$$



- 2** Un oscilador vibra con una frecuencia de 500 Hz y genera ondas que se propagan con una velocidad de 350 m/s. Determina:

- La separación de dos puntos consecutivos que vibren con una diferencia de fase de 60° .
- El intervalo de tiempo que transcurre entre dos estados de vibración consecutivos de un punto con una diferencia de fase de 180° .
- Diferencia de fase en un instante entre dos puntos separados por una distancia de 3,15 m.

Calculamos el período y la longitud de onda:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{500 \text{ Hz}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}; \quad \lambda = \frac{\nu}{\nu} = \frac{350 \text{ m/s}}{500 \text{ Hz}} = 0,7 \text{ m}$$

- a) Un desfase de 60° corresponde a: $60^\circ = \frac{60^\circ 2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$

Si dos puntos están separados por una distancia de λ m, su desfase es $2\pi \text{ rad}$, por tanto:

$$\Delta x = \frac{\pi}{3} \text{ rad} \frac{\lambda \text{ m}}{2\pi \text{ rad}} = 0,117 \text{ m}$$

- b) Una diferencia de fase de 180° es equivalente π radianes. Por tanto, los instantes están oposición de fase. En efecto, como una diferencia de fase de $2\pi \text{ rad}$ corresponde a una diferencia de tiempos entre los estados de vibración igual al período T , tenemos:

$$\Delta t = \pi \text{ rad} \frac{T}{2\pi \text{ rad}} = \pi \text{ rad} \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ s}}{2\pi \text{ rad}} = 10^{-3} \text{ s}$$

Que es un tiempo igual a la mitad del período.

- c) $\delta = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = 2\pi \text{ rad} \frac{3,15 \text{ m}}{0,7 \text{ m}} = 2\pi \text{ rad} 4,5 = (4 \cdot 2\pi + \pi) \text{ rad} = \pi \text{ rad}$

Los dos puntos están en un instante en oposición de fase.

A la misma conclusión llegamos si observamos que:

$$3,15 \text{ m} = \frac{9 \cdot 0,7 \text{ m}}{2} = \frac{9}{2} \lambda$$

que es un número impar de semilongitudes de onda.



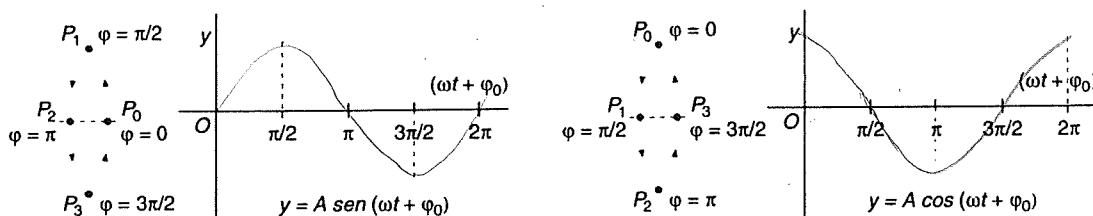
Refuerzo de mvas

Determina el valor de la fase inicial de un movimiento vibratorio armónico cuando la partícula se encuentra en el centro de la oscilación o en las posiciones extremas de su recorrido en el caso de utilizar la función seno o la función coseno para su descripción.

Al describir un movimiento vibratorio con la función *seno* se suele comenzar a contar el tiempo cuando la partícula está en el centro de la oscilación y se dirige hacia elongaciones positivas.

De esta forma, en el instante inicial $y = A \sin \omega \cdot 0 = 0$. Además, la sucesión de los valores que toma la elongación, a partir de ese instante, sigue pareja a la secuencia de los valores que tiene la función *seno* para los sucesivos ángulos.

Si utilizamos la función *coseno* lo habitual es comenzar a contar el tiempo cuando la partícula está en el extremo positivo de la elongación. Así en el instante inicial $y = A \cos \omega \cdot 0 = A$. A continuación, la sucesión de los valores que toma la elongación sigue pareja a la secuencia de los valores que tiene la función *coseno* para los sucesivos ángulos.



a) El tiempo comienza a contar cuando la partícula está en el centro de la oscilación.

Si la partícula se mueve hacia elongaciones positivas, al utilizar la función seno, la partícula está inicialmente en P_0 y la fase inicial es $\varphi_0 = 0 \text{ rad}$. Si se utiliza la función coseno, su posición inicial es P_3 y $\varphi_0 = 3\pi/2 \text{ rad}$.

La expresión de la elongación es:

$$y = A \sin(\omega t) = A \cos(\omega t + 3\pi/2) = A \cos(\omega t - \pi/2)$$

Si la partícula se mueve hacia elongaciones negativas, la posición inicial al utilizar la función seno es P_2 y $\varphi_0 = \pi \text{ rad}$. Si se utiliza la función coseno, la posición inicial es P_1 y $\varphi_0 = \pi/2 \text{ rad}$. La expresión de la elongación es:

$$y = A \sin(\omega t + \pi) = A \cos[\pi/2 - (\omega t + \pi)] = A \cos(\omega t + \pi/2)$$

b) El tiempo comienza a contar cuando la partícula está en un extremo de la oscilación.

Si la partícula está inicialmente en el extremo positivo, al utilizar la función seno, su posición es P_1 y $\varphi_0 = \pi/2 \text{ rad}$. Si utilizamos la función coseno, la posición inicial es la P_0 y $\varphi_0 = 0 \text{ rad}$.

La expresión de la elongación es:

$$y = A \cos(\omega t) = A \sin(\omega t + \pi/2)$$

Si la partícula está inicialmente en el extremo negativo, al utilizar la función seno, su posición es P_3 y $\varphi_0 = 3\pi/2 \text{ rad}$. Si utilizamos la función coseno, la posición inicial es P_2 y $\varphi_0 = \pi \text{ rad}$.

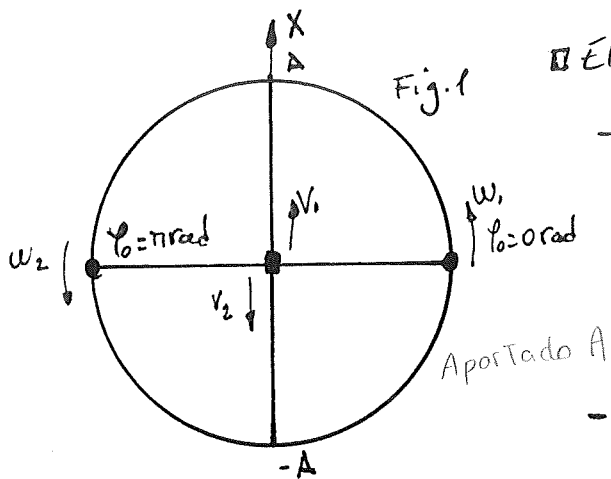
La expresión de la elongación es:

$$y = A \cos(\omega t + \pi) = A \cos(-\omega t - \pi) = A \sin(\pi/2 - (-\omega t - \pi)) = A \sin(\omega t + 3\pi/2)$$

En general se pueden intercambiar las funciones seno y coseno entre sí, teniendo en cuenta que:

$$\cos \varphi = -\cos(\pi + \varphi) = -\sin(\pi/2 - \pi - \varphi) = -\sin(-\varphi - \pi/2) = \sin(\varphi + \pi/2)$$

$$\sin \varphi = \sin(\pi - \varphi) = \cos(\pi/2 - \pi + \varphi) = \cos(\varphi - \pi/2)$$



El tiempo empieza a contar en el centro

- Utilizando la función seno. (Fig. 1)

• Hacia elong. positivas

$$\phi_0 = 0 \text{ rad} \rightarrow x = A \sin \omega_1 t$$

• Hacia elong. negativas

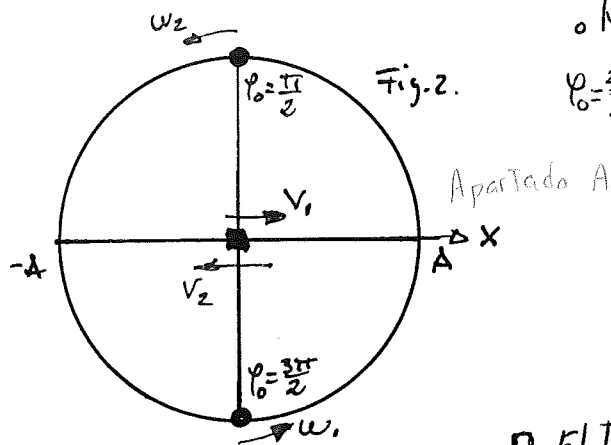
$$\phi_0 = \pi \text{ rad} \rightarrow x = A \sin(\omega_2 t + \pi)$$

- Utilizando la función coseno. (Fig. 2)

• Hacia elong. positivas

• Hacia elong. negativas

$$\phi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad} \rightarrow x = A \cos(\omega_1 t + \frac{3\pi}{2}); \phi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \rightarrow x = A \cos(\omega_2 t + \frac{\pi}{2})$$



$$x = A \sin \omega_1 t = A \cos(\omega_1 t + \frac{3\pi}{2}) = A \cos(\omega_1 t - \frac{\pi}{2})$$

$$x = A \sin(\omega_2 t + \pi) = A \cos[\frac{\pi}{2} - (\omega_2 t + \pi)]^* = A \cos(\omega_2 t + \frac{\pi}{2})$$

El tiempo empieza a contar en el extremo.

- Utilizando la función seno

• Está en el extremo positivo

$$\phi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \rightarrow x = A \sin(\omega_1 t + \frac{\pi}{2})$$

• Está en el extremo negativo

$$\phi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad} \rightarrow x = A \sin(\omega_2 t + \frac{3\pi}{2})$$

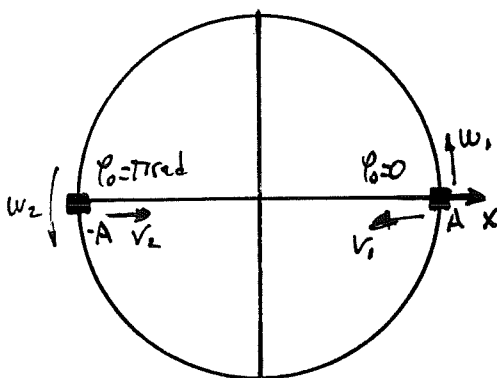
- Utilizando la función coseno.

• Está en el extremo positivo

$$\phi_0 = 0 \text{ rad} \rightarrow x = A \cos \omega_1 t$$

• Está en el extremo negativo

$$\phi_0 = \pi \text{ rad} \rightarrow x = A \cos(\omega_2 t + \pi)$$





Ariketak

La elongación de una partícula que describe un movimiento armónico queda determinada por la ecuación:

$$y = 0,2 \operatorname{sen}(6\pi t + \pi) \text{ m}$$

Calcula:

- La amplitud, la pulsación, el período, la frecuencia y la fase inicial del movimiento.
 - Instantes en los que la partícula pasa por el origen.
 - La velocidad en el instante inicial, la velocidad máxima y la velocidad cuando $t = 0,5 \text{ s}$.
- a) Comparando la ecuación general $y = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$ con la ecuación del movimiento tenemos:

$$A = 0,2 \text{ m}; \omega = 6\pi \text{ rad/s}; v = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{6\pi \text{ rad/s}}{2\pi \text{ rad}} = 3 \text{ Hz}; T = \frac{1}{v} = \frac{1}{3 \text{ Hz}} = \frac{1}{3} \text{ s}; \varphi_0 = \pi \text{ rad}$$

- b) En el origen la elongación es $y = 0 \text{ m}$.

$$y = 0,2 \operatorname{sen}(6\pi t + \pi) = 0; \operatorname{sen}(6\pi t + \pi) = 0 \Rightarrow 6\pi t + \pi = n \cdot \pi$$

$$\text{Pasa por el origen en los instantes: } t = \frac{1}{6} (n - 1), \text{ con } n = 1, 2, 3, \dots$$

Es decir, pasa por el origen en el instante inicial, en la mitad del período, en el período, etc.

- c) La expresión de la velocidad es:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,2 \cos(6\pi t + \pi) \cdot 6\pi = 1,2\pi \cos(6\pi t + \pi) \text{ m/s}$$

Cuyo valor máximo es: $v_{\text{máxima}} = 1,2\pi \text{ m/s}$

En el instante inicial $v_0 = 1,2\pi \cos(6\pi \cdot 0 + \pi) = 1,2\pi \cos \pi = -1,2\pi \text{ m/s}$

En el instante $t = 0,5 \text{ s}$: $v_{0,5} = 1,2\pi \cos(6\pi \cdot 0,5 + \pi) = 1,2\pi \cos(4\pi) = 1,2\pi \text{ m/s}$

Una partícula recorre un segmento de 8 cm de longitud en 0,05 s, animada con un movimiento vibratorio armónico. Si en el instante inicial su elongación es máxima, calcula: la ecuación del movimiento, la posición en el instante 1,85 s y la diferencia de fase con el instante inicial.

La amplitud es la mitad del segmento recorrido: $A = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

Si recorre el segmento en 0,05 s, para volver a la posición inicial tarda el doble: $T = 2 \cdot 0,05 \text{ s} = 0,1 \text{ s}$

La pulsación es: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 20\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Para conocer la fase inicial partimos de que en el instante inicial la partícula se encuentra en A.

$$A = A \operatorname{sen}(\omega \cdot 0 + \varphi_0); \operatorname{sen} \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \pi/2 \text{ rad}$$

La ecuación de la elongación es: $y = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0) = 4 \cdot 10^{-2} \operatorname{sen}(20\pi t + \pi/2) \text{ m}$

Sustituyendo el tiempo por el instante pedido:

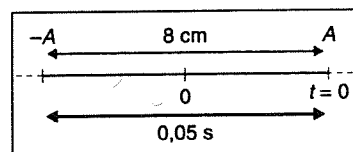
$$\begin{aligned} y_{1,85} &= 4 \cdot 10^{-2} \operatorname{sen}(20\pi \cdot 1,85 + \pi/2) = 4 \cdot 10^{-2} \operatorname{sen}(37,5 \cdot \pi) = \\ &= 4 \cdot 10^{-2} \operatorname{sen}(36\pi + 3\pi/2) = -4 \cdot 10^{-2} \text{ m} \end{aligned}$$

La partícula se encuentra en el otro extremo del segmento.

La diferencia de fase entre esos instantes es:

$$\Delta\varphi = \varphi_{1,85} - \varphi_0 = (20\pi \cdot 1,85 + \pi/2) \text{ rad} - (20\pi \cdot 0 + \pi/2) \text{ rad} = 37\pi = 18 \cdot 2\pi + \pi \text{ radianes}$$

Los instantes están en oposición de fase.





Una partícula vibra en el instante inicial con su máxima velocidad de 20 m/s y con una amplitud de 0,1 m.

- Determina las constantes del movimiento.
- Escribe las expresiones generales de la elongación, velocidad y aceleración.
- Calcula la aceleración máxima de la partícula.
- Determina la posición, velocidad y aceleración en el instante 1 s.

Se trata de deducir las constantes del movimiento a partir de la condición de velocidad inicial y posteriormente deducir las expresiones de todas las magnitudes del movimiento.

La expresión general de la elongación es: $y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$.

La expresión general de la velocidad es: $v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$.

- La velocidad es máxima cuando $\cos(\omega t + \varphi_0) = 1 \Rightarrow \omega t + \varphi_0 = 2n \cdot \pi$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)

Cuando $n = 0$, el ángulo es 0 rad, y como esto ocurre en el instante inicial, tenemos que:

$$\omega \cdot 0 + \varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = 0 \text{ rad}$$

$$v_{\text{máxima}} = A\omega = 20 \text{ m/s} \Rightarrow \omega = \frac{v_{\text{máx}}}{A} = \frac{20 \text{ m/s}}{0,1 \text{ m/rad}} = 200 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100}{\pi} \text{ Hz}; T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{100/\pi \text{ Hz}} = \frac{\pi}{100} \text{ s}$$

- Las expresiones de la elongación, velocidad y aceleración son:

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0) = 0,1 \sin(200t) \text{ m}$$

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,1 \cos(200t) \cdot 200 = 20 \cos(200t) \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 20 [-\sin(200t)] \cdot 200 = -4000 \sin(200t) \text{ m/s}^2$$

Cuyo máximo valor es: $a_{\text{máx}} = 4000 \text{ m/s}^2$

- Los valores en los instantes pedidos son:

$$y_1 = 0,1 \sin(200 \cdot 1) = 0,1 \sin(62\pi + 1,662\pi) = -0,087 \text{ m}$$

$$v_1 = 20 \cos(200 \cdot 1) = 20 \cos(62\pi + 1,662\pi) = 9,74 \text{ m/s}$$

$$a_1 = -4000 \sin(200 \cdot 1) = -4000 \sin(62\pi + 1,662\pi) = 3493 \text{ m/s}^2$$

Un objeto cuelga de un muelle y describe un movimiento armónico simple con una amplitud de 10 cm y 0,1 s de período. En el instante inicial el muelle está estirado y el objeto ocupa la posición más alejada del centro de vibración. Deduce la ecuación general del movimiento.

- Como en el instante inicial el cuerpo no está en la posición central de vibración hay una fase inicial y, por tanto, utilizaremos la ecuación general:

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Si tomamos las posiciones hacia arriba positivas y hacia abajo negativas, la posición en el instante inicial es $y_0 = -0,1 \text{ m}$ y como $A = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$, tenemos:

$$-0,1 = 0,1 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot 0 + \varphi_0\right); \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot 0 + \varphi_0\right) = -1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

La ecuación del movimiento es: $y = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right) = 0,1 \sin\left(20\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) \text{ m}$



Mide la constante recuperadora de un muelle.

Al resorte anterior se le une por un extremo una masa de 40 g y por el otro se le cuelga de un soporte. Si a partir de la posición de equilibrio el resorte se estira 3 cm y se suelta, deduce las expresiones de la elongación, velocidad, aceleración y fuerza. ¿Cuáles son los valores máximos de las magnitudes anteriores?

Se pretende calcular la constante recuperadora de un resorte por un método distinto del estático y, posteriormente, deducir las expresiones de las distintas magnitudes.

De una varilla horizontal, unida a un soporte, colgamos el muelle objeto de estudio. En el extremo libre del muelle colocamos un portapesas, en el que situamos sucesivamente: 20, 40 y 60 g. Ponemos el resorte a oscilar y medimos el tiempo que tarda en realizar 10 oscilaciones para cada una de las masas suspendidas, repitiendo las medidas varias veces. A continuación, agrupamos los datos en una tabla de valores.

masa (g)	20	40	60
10 oscilaciones (s)	2,8; 2,7; 2,9	4,0; 3,8; 4,2	4,9; 5,0; 4,8

Expresamos las cantidades en el sistema internacional, calculamos el período de oscilación y mediante la relación $K = m \frac{4\pi^2}{T^2}$ determinamos la constante del resorte.

masa (kg)	media 10 oscilaciones (s)	período T (s)	constante K (N/m)
0,02	2,8	0,28	10,1
0,04	4,0	0,40	9,9
0,06	5	0,50	9,9

La constante del resorte es la media de las cantidades halladas, $K = 10 \text{ N/m}$

Conocida la constante, calculamos las demás.

La amplitud es $y = 3 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ y la pulsación, $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{10 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0,04 \text{ kg}}} = 15,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

La fase inicial es $\varphi_0 = 3\pi/2$, ya que el movimiento comienza en el punto de elongación $-A$.

La expresión de la elongación es:

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0) = 3 \cdot 10^{-2} \sin(15,8t + 3\pi/2) \text{ m}$$

De valor máximo: $y_{\text{máximo}} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

La expresión de la velocidad es:

$$v = \frac{dy}{dt} = 3 \cdot 10^{-2} \cos(15,8t + 3\pi/2) \cdot 15,8 = 0,474 \cos(15,8t + 3\pi/2) \text{ m/s}$$

De valor máximo: $v_{\text{máximo}} = 0,474 \text{ m/s}$.

La expresión de la aceleración es:

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 y = -15,8^2 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \sin(15,8t + 3\pi/2) = -7,49 \sin(15,8t + 3\pi/2) \text{ m/s}^2$$

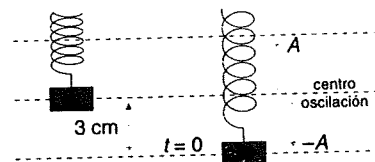
De valor máximo: $a_{\text{máximo}} = 7,49 \text{ m/s}^2$.

La expresión de la fuerza recuperadora es:

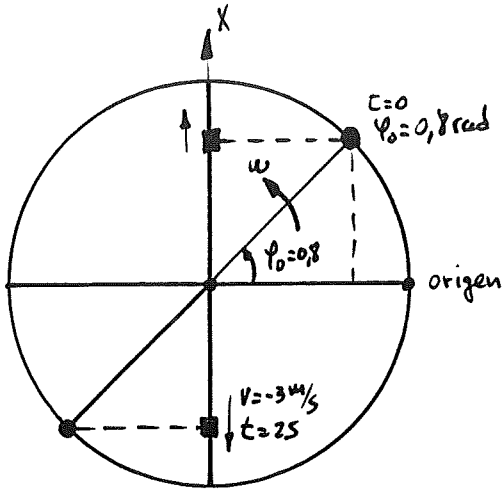
$$F = -Ky = -10 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \sin(15,8t + 3\pi/2) = -0,3 \sin(15,8t + 3\pi/2) \text{ N}$$

De valor máximo: $F_{\text{máximo}} = 0,3 \text{ N}$.

Aplicando la ecuación $F = m \cdot a$, obtenemos el mismo valor.



6.14



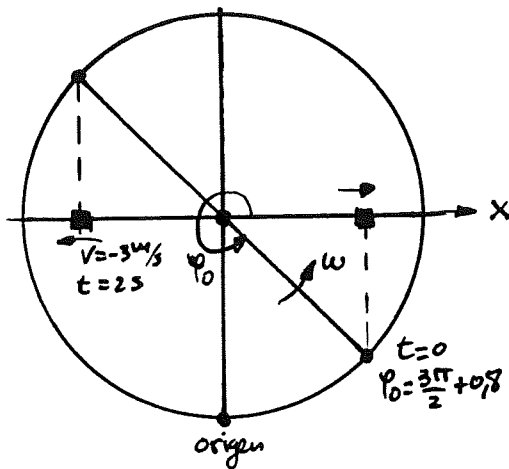
• Utilizando la función seno.

$$\begin{aligned} X &= A \operatorname{Sen}(\omega t + 0,8) \\ V &= A \omega \cos(\omega t + 0,8) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} T = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow 4 = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{array} \right.$$

Para $t = 2,5 \rightarrow V = -3 \text{ m/s}$

$$-3 = A \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 2 + 0,8\right) \rightarrow A = 2,74 \text{ m.}$$

$$X = 2,74 \operatorname{Sen}\left(\frac{\pi}{2} t + 0,8\right)$$



• Utilizando la función coseno

$$X = A \cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{2} + 0,8\right)$$

$$V = -A \omega \operatorname{Sen}\left(\omega t + \frac{3\pi}{2} + 0,8\right)$$

Para $t = 2,5 \rightarrow V = -3 \text{ m/s}$

$$-3 = -A \frac{\pi}{2} \operatorname{Sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot 2 + \frac{3\pi}{2} + 0,8\right) \rightarrow A = 2,74 \text{ m.}$$

$$X = 2,74 \cos\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{3\pi}{2} + 0,8\right)$$

6.15

$$X = 2,74 \operatorname{Sen}\left(\frac{\pi}{2} t + 0,8\right)$$

$$V = 2,74 \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} t + 0,8\right)$$

$$a = -2,74 \frac{\pi^2}{4} \operatorname{Sen}\left(\frac{\pi}{2} t + 0,8\right)$$

⑤ $V_{\max} = 2,74 \frac{\pi}{2} = 4,3 \text{ m/s}$

• Se obtiene por primera vez cuando para por el origen por primera vez.

• la fase debe ser de $\pi \text{ rad}$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} t + 0,8\right) = -1$$

$$\frac{\pi}{2} t + 0,8 = \pi \text{ rad} \rightarrow t = 1,49 \text{ s.}$$

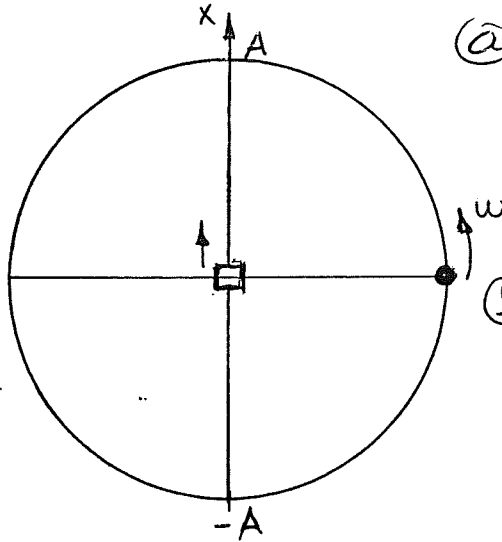
6.17

• Partícula material $m = 10g$

MVAS $\rightarrow A = 5cm$

$$v = \frac{1}{2} s^{-1} \rightarrow T = 2s \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2} = \pi rad/s$$

• Tomamos el origen en la posición de equilibrio.



(a) • Utilizando la función seno

$$\varphi_0 = 0 rad$$

$$x = A \sin \omega t$$

$$x = 5 \sin \pi t$$

(b) • $v = 5\pi \cos \pi t$

$$a = -5\pi^2 \sin \pi t$$

$$F = ma = 0,01(-5\pi^2 \sin \pi t)$$

$$F = -0,05\pi^2 \sin \pi t$$

(c) la velocidad es máxima para la pos. de equilibrio

$$x = 0 \rightarrow \sin \pi t = 0$$

$$\pi t = n\pi ; n = 0, 1, 2, 3$$

$$t = 1s, 2s, 3s, 4s.$$

(d) la aceleración es nula en el origen.

$$x = 0$$

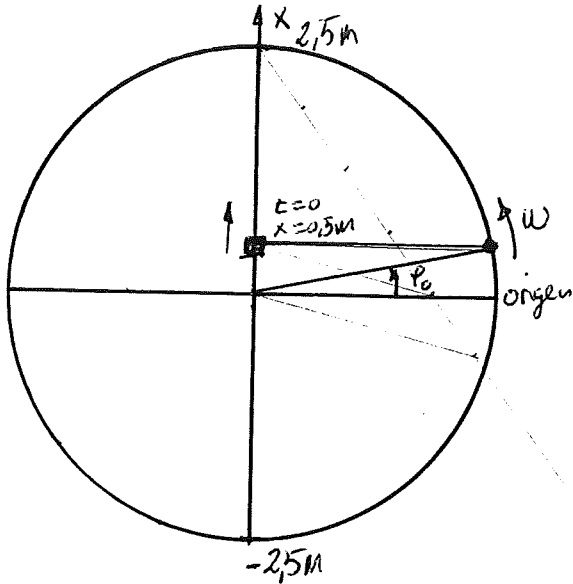
6.18

8

$$A = 2,5 \text{ m}$$

$$\frac{T}{2} = 7,8 - 3,8 = 4 \text{ s} \rightarrow T = 8 \text{ s} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{4} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$t = 0 \text{ s} \rightarrow x = 0,5 \text{ m}$$

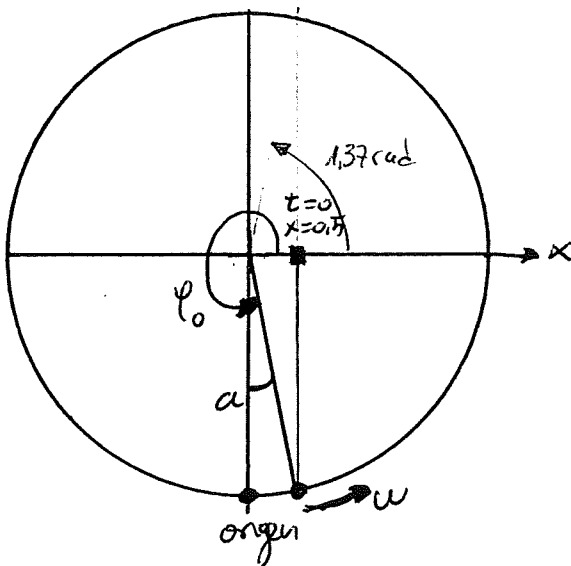


• Suponemos el origen en el centro y utilizamos la función seno

$$x = 2,5 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}t + \varphi_0\right)$$

$$t = 0 \left\{ \begin{array}{l} x = 0,5 \text{ m} \end{array} \right\} 0,5 = 2,5 \operatorname{sen}(0 + \varphi_0) \rightarrow \varphi_0 = 0,2 \text{ rad}$$

$$x = 2,5 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}t + 0,2\right)$$



• Origen en el centro y utilizamos la función coseno.

$$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2} + (\alpha) \dots$$

$$x = 2,5 \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

$$t = 0 \left\{ \begin{array}{l} x = 0,5 \text{ m} \end{array} \right\} 0,5 = 2,5 \cos\left(0 + \frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

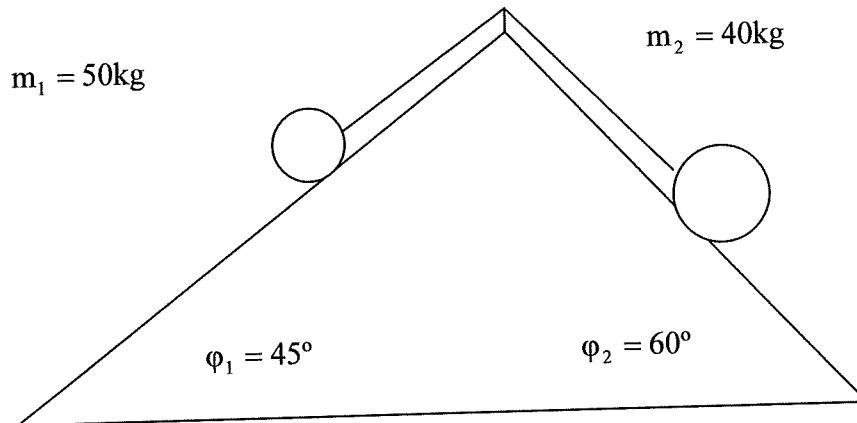
$$1,3694 = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\alpha = 0,2 \text{ rad}$$

$$x = 2,5 \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{3\pi}{2} + 0,2\right)$$

Problema nº1

Dos masas $m_1 = 50\text{kg}$, $m_2 = 40\text{kg}$ se encuentran unidas por una cuerda sobre sendos planos inclinados de ángulos $\phi_1 = 45^\circ$, $\phi_2 = 60^\circ$ con rozamientos iguales en ambos planos $\eta_{\text{est.}} = 0,25$ y $\eta_{\text{din.}} = 0,2$



Determinar si el sistema se mueve y si es así, obtener la aceleración conjunta de las dos masas.

Solución

Suponiendo que el sistema se mueve en la dirección de la primera masa, la segunda ley de Newton aplicada a ambas masas es

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g \sin \phi_1 - \eta_{1,\text{din.}} m_1 g \cos \phi_1 - T \\ m_2 a = T - m_2 g \sin \phi_2 - \eta_{2,\text{din.}} m_2 g \cos \phi_2 \end{cases}$$

sumando ambas expresiones y sustituyendo por los datos del problema

$$(m_1 + m_2) a = m_1 g \sin \phi_1 - \eta_{1,\text{din.}} m_1 g \cos \phi_1 - \eta_{2,\text{din.}} m_2 g \cos \phi_2 - m_2 g \sin \phi_2 = -101\text{N} < 0$$

lo que nos dice que el movimiento en este sentido no es posible. En el otro sentido tampoco se puede mover dado que

$$m_1 g \sin \phi_1 = 346\text{N} > m_2 g \sin \phi_2 = 339\text{N}$$

Por tanto el sistema no se mueve.

Problema nº2

Desde 2m de altura lanzamos verticalmente hacia arriba una bola de plastilina ($t=0$) con una velocidad de 6m/s. Al cabo de un segundo lanzamos desde la misma posición y también verticalmente y hacia arriba otra bola de plastilina con una velocidad de 12m/s. Ambas bolas tienen un tamaño despreciable y la misma masa.

- Decir en qué instante de tiempo la segunda bola alcanza a la primera y decidir si en ese momento ambas bolas suben, bajan o si una sube y la otra baja.
- Obtener el centro de masas del sistema antes del choque.
- Suponiendo que ambas bolas se acoplan, obtener la posición del sistema conjunto en función del tiempo.

Solución

a) De la cinemática del movimiento uniformemente acelerado obtenemos las posiciones de las dos bolas de plastelina:

$$y_1(t) = 2 + 6t - 4,9t^2$$

$$y_2(t) = 2 + 12(t-1) - 4,9(t-1)^2$$

Para obtener el punto de encuentro basta con igualar ambas posiciones

$$y_1(t) = y_2(t) \Rightarrow t = 1,07s$$

Para decidir si las bolas suben o bajan en ese instante miramos su velocidad

$$v_1(1.07) = -4,49m/s < 0$$

$$v_2(1.07) = 11,3m/s > 0$$

con lo que en el momento del choque la primera bola ya está bajando y la segunda sigue subiendo.

b) Una vez resueltas las trayectorias de las dos bolas, lo más simple es usar la definición de centro de masas:

$$Y_{CM}(t) = \frac{m_1 y_1(t) + m_2 y_2(t)}{m_1 + m_2} = \frac{0,5m(2 + 6t - 4,9t^2) + 0,5m(2 + 12(t-1) - 4,9(t-1)^2)}{m + m}$$

$$Y_{CM}(t) = -6,45 + 13,9t - 4,9t^2$$

c) Dado que sobre el sistema conjunto la única fuerza externa que actúa, tanto antes como después del acoplamiento, es la gravedad, el centro de masas del sistema seguirá la misma trayectoria que en b); pero como ambas masas se encuentran acopladas en un mismo punto, ese punto es precisamente el centro de masas del sistema. Por tanto la coordenada de ambas masas después del acoplamiento es

$$Y(t) = -6,45 + 13,9t - 4,9t^2$$

Problema nº3

Una masa de 5kg se encuentra en el instante inicial a una altura de 200m sobre el origen de coordenadas con una velocidad $\vec{v}_0 = (10, 4, 0)$ y evolucionando bajo el efecto de la gravedad terrestre.

- Obtener, para cualquier instante de tiempo, el momento angular de la masa con respecto al origen de coordenadas.
- ¿Se conserva el momento angular? ¿Por qué?
- Dar otro vector velocidad inicial $\vec{v}_0$ para el cual, en este problema, el momento angular se conserve.

Solución

a) El momento angular es $\vec{L}(t) = \vec{r}(t) \wedge m\vec{v}(t)$ y dado que el movimiento es un tiro parabólico del que tenemos las condiciones iniciales:

$$\begin{cases} x(t) = 10t \\ y(t) = 4t \\ z(t) = 200 - 4,9t^2 \end{cases} \quad \text{y} \quad \begin{cases} v_x(t) = 10 \\ v_y(t) = 4 \\ v_z(t) = -9,8t \end{cases} \quad \text{de donde:}$$

$$\vec{L}(t) = (10t, 4t, 200 - 4,9t^2) \wedge 5(10, 4, -9,8t) = 10(-400 - 9,8t^2, 1000 + 24,5t^2, 0)$$

b) Vemos que el momento angular depende del tiempo, así que no se conserva.

c) Dado que la fuerza que actúa sobre la partícula, la gravedad terrestre, no es nula, la única forma en que se puede conservar $\vec{L}(t)$ es que las condiciones iniciales del movimiento hagan que el vector de posición sea paralelo a la velocidad, por ejemplo:

$$\begin{cases} \vec{r}_0 = (0, 0, 200) \\ \vec{v}_0 = (0, 0, 0) \end{cases} \quad \text{con lo que} \quad \begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = 200 - 4,9t^2 \end{cases} \quad \text{y} \quad \begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = -9,8t \end{cases} \quad \text{y} \quad \vec{L}(t) = \vec{r}(t) \wedge m\vec{v}(t) = \vec{0}.$$

Ejercicio nº1

Explica si son verdaderos o falsos los siguientes enunciados.

- Un laboratorio situado en reposo sobre la superficie de la Tierra es un sistema de referencia inercial.
- Un laboratorio situado en un satélite en órbita alrededor de la Tierra es un sistema de referencia inercial.
- En ningún caso, los laboratorios de los apartados a) y b) pueden ser considerados como sistemas de referencia inerciales.

Solución

- Falso. La Tierra rota sobre sí misma con lo que cualquier laboratorio situado en reposo sobre la superficie de la Tierra no es un sistema de referencia inercial.
- Falso. El satélite está realizando un movimiento de rotación alrededor de la Tierra por lo que tampoco es un sistema de referencia inercial.
- Falso. Aunque los laboratorios de los apartados a) y b) no son sistemas de referencia inerciales, para muchos experimentos, en la práctica sí pueden ser considerados como tales.

Ejercicio n°2

El centro de masas de una granada realiza un movimiento parabólico bajo el efecto de la gravedad terrestre, cuando en un cierto instante la granada explota fragmentándose. Observamos el movimiento de los fragmentos a partir de ese momento y hasta el instante en que el primer fragmento choca contra el suelo. Decidir razonadamente cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos y cuáles falsos:

- a) El centro de masas de cada uno de los fragmentos realiza un movimiento que no tiene porqué ser ya parabólico.
- b) El centro de masas del sistema de fragmentos sigue con el mismo movimiento parabólico que llevaba el centro de masas de la granada.
- c) Antes de la explosión, el centro de masas de cada uno de los fragmentos realiza un movimiento parabólico.

Solución

- a) Falso. Aunque el centro de masas de cada uno de los fragmentos ya no lleve el movimiento parabólico del centro de masas de la granada, debe seguir realizando otro movimiento parabólico dado que la única fuerza externa que actúa sobre él, es la gravedad terrestre.
- b) Verdadero. En todo momento, antes y después de la explosión, la fuerza externa es exclusivamente la gravedad terrestre, luego el centro de masas de todo el sistema realiza un movimiento parabólico.
- c) Falso. Considerando cada fragmento antes de la explosión como un sistema de partículas, la fuerza externa que actúa sobre él tiene dos partes. Una, la gravedad terrestre y otra la fuerza que otros fragmentos ejercen sobre él para permanecer formada la granada. Esta segunda fuerza, que en general será no nula (por ejemplo cuando la granada rota sobre sí misma), es la que impide que el movimiento del centro de masas de cada fragmento sea estrictamente parabólico.

Ejercicio n°3

¿Cómo se relaciona el área barrida por un radio-vector de un planeta recorrida en un tiempo T con el área barrida en un tiempo $2T$?

Solución

El área barrida en un tiempo $2T$ es el doble de la barrida en un tiempo T , conforme a la segunda ley de Kepler; El radio-vector que idealmente une al Sol con un planeta barre áreas iguales en tiempos iguales, luego en el doble de tiempo se barre el doble



Ariketak 4

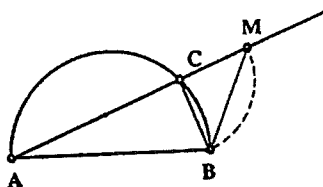
1. Froga ezazu trapezioaren diagonalek oinarrien zati proportzionaletan ebakitzen dutela elkar.

2. Eraiki itzazu bi segmentu, ezagun direlarik: haien batura 6 cm eta biderkadura 8 cm

3.

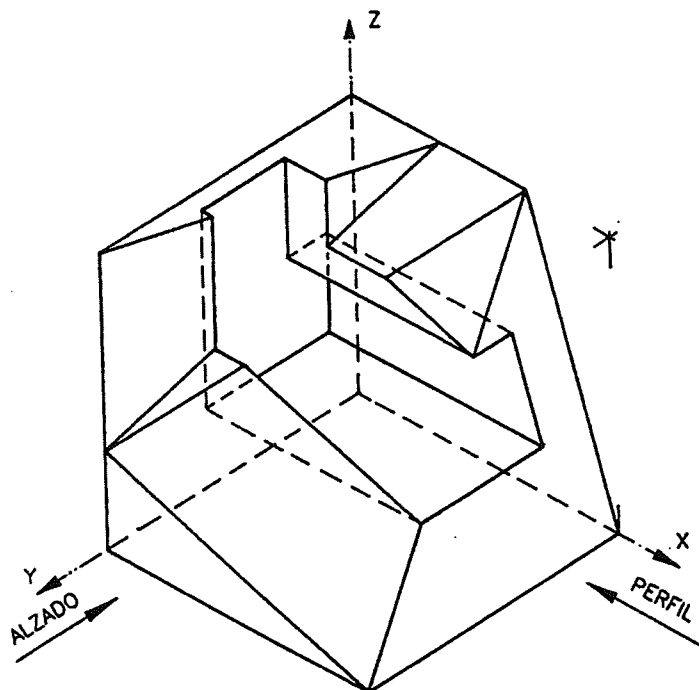
Irudian azaltzen den zirkunferentzala erdiaren diametroa AB da. Eman dezagun A erretetik abiatzen den edozer korda. Luza dezagun CM luzera batean, hau CB kordaren berdina delarik. Errepika dezagun adierazitako razatua beste edozer kordarekin. Aurkitu ezazu M puntuan egiten duen toki geometrikoa.

Oharra: Ebatzi ahal izateko egin kontu, edozer korda marraztuta ere BCM triangelua isoszelea izango dela, eta irudian emandakoaren antzekoa.



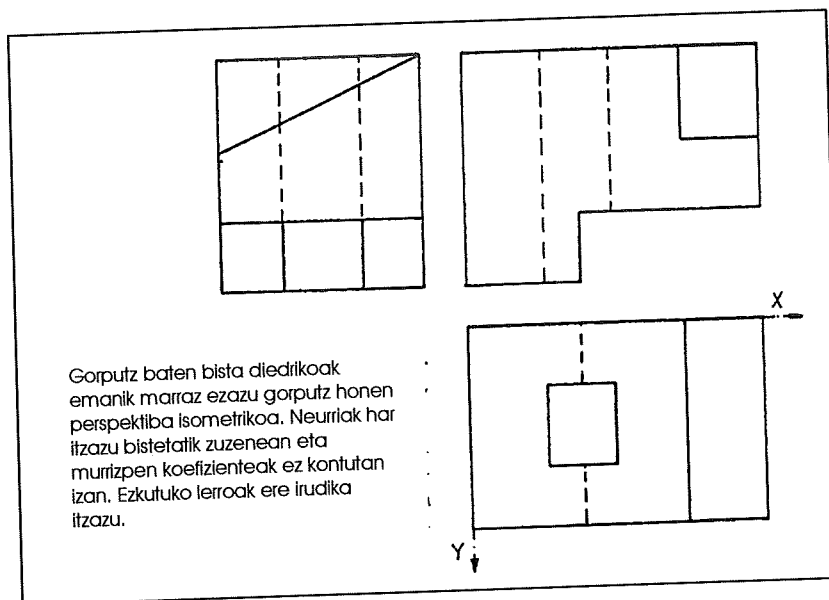
4.

A partir de la perspectiva isométrica dada, dibujar, tomando las dimensiones directamente de la muestra (sin tener en cuenta coeficientes de reducción), las proyecciones diédricas correspondientes a las direcciones dadas, representando también las líneas no vistas.





5.



El alumno elegirá un bloque de problemas y dos cuestiones.
Cada cuestión se puntúa sobre 2 y cada problema sobre 3 puntos.

PROBLEMAS

Bloque A

1. Un meteorito, de 100 kg de masa, se encuentra inicialmente en reposo a una distancia sobre la superficie terrestre igual a 6 veces el radio de la Tierra.

- ¿Cuánto pesa en ese punto?
- ¿Cuánta energía mecánica posee?
- Si cae a la Tierra, ¿con qué velocidad llegará a la superficie?

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

2. Calcula la masa de deuterio que requeriría cada día una hipotética central de fusión de 500 MW de potencia eléctrica en la que la energía se obtuviese del proceso $2_1^2\text{H} \rightarrow 2_2^4\text{He}$, suponiendo un rendimiento del 30%.

Datos: $m_D = 2,01474 \text{ u}$; $m_{He} = 4,00387 \text{ u}$; $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ át./mol}$.

Bloque B

1. La intensidad de la luz solar en la superficie terrestre es aproximadamente de $1,400 \text{ W m}^{-2}$. Suponiendo que la energía media de los fotones sea de 2 eV:

- Calcula en número de fotones que inciden por minuto en una superficie de 1 m^2 .
- ¿A qué longitud de onda corresponde esa energía media de los fotones?

Datos: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$

2. Una barra de 25 cm de longitud se mueve a 8 m s^{-1} en un plano perpendicular a un campo magnético de $6 \cdot 10^{-2} \text{ T}$. Su velocidad es perpendicular a la barra.

- ¿Cuál será el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza magnética que se ejerce sobre un electrón de la barra? Haz la representación gráfica.
- ¿Cuál será la diferencia de potencial entre los extremos de la barra?

Dato: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

CUESTIONES

1. Enuncia el teorema del momento angular para un punto material y describe algún ejemplo de movimiento en que se cumpla el teorema de conservación del momento angular.
2. Describe el funcionamiento óptico del ojo humano. ¿En qué consisten la miopía y la hipermetropía? ¿Cómo se corrigen?
3. Energía e intensidad del movimiento ondulatorio. Variación con la distancia a la fuente emisora.
4. ¿Cómo se ha de aplicar un campo eléctrico y otro magnético, perpendiculares y uniformes, para que sus fuerzas respectivas sobre una carga con velocidad v se anulen? ¿Cuál ha de ser la relación entre sus módulos?

Solución

PROBLEMAS

Bloque A

1.

a) El módulo de la fuerza de la gravedad es:

$$F = G \frac{mM}{r^2}$$

Sustituyendo se tiene el valor de la fuerza en el punto indicado.

$$F = G \frac{mM_T}{(7R_T)^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{100 \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{(7 \cdot 6,37 \cdot 10^6)^2} = 20,0 \text{ N}$$

b) La energía mecánica total de un cuerpo en reposo es sólo su energía potencial, cuyo valor es:

$$E_p = -G \frac{mM}{r} = -G \frac{mM_T}{7R_T} = -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{100 \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{7 \cdot 6,37 \cdot 10^6} = -8,95 \cdot 10^8 \text{ N}$$

c) Al caer sobre la Tierra se transforma la energía potencial en energía cinética. Por tanto:

$$E_{pf} + E_{kf} = E_{Total} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - G \frac{mM_T}{R_T} = E_{Total} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_{Total}}{m} + 2G \frac{M_T}{R_T}}$$

Sustituyendo:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (-8,95 \cdot 10^8)}{100} + 2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6}} = 10\,360 \text{ m/s}$$

2.

El balance de masa en la reacción es: $m_{He} - 2m_D = 4,00387 - 2 \cdot 2,01474 = -0,02561 \text{ u}$

La energía que debe consumir la planta en un día es:

$$E = Pt = \frac{P_{\text{útil}}}{\eta} t = \frac{500 \cdot 10^6}{0,3} \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 1,44 \cdot 10^{14} \text{ J}$$

La variación de masa que exige esta energía es: $\Delta m = \frac{E}{c^2} = \frac{1,44 \cdot 10^{14}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

Desaparecen 0,02561 g de masa por cada dos moles de deuterio; para tener una pérdida de masa de 1,6 g se necesitarán:

$$m = \Delta m \frac{2m_D}{\Delta m_{\text{mol}}} = 1,6 \frac{2 \cdot 2,01474}{0,02561} = 252 \text{ g de Deuterio}$$

QUESTIONES

1.

El momento angular de una partícula es una magnitud cuyo valor es: $\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v}$

Se trata de una magnitud que, en ausencia de fuerzas exteriores, se conserva. Un ejemplo de este fenómeno se tiene en el movimiento de los cometas alrededor del Sol. Cuando disminuye el radio de la trayectoria la velocidad aumenta para mantener constante el valor del momento angular.

2.

El ojo funciona como una lente convergente que permite formar las imágenes de los objetos reales en la retina, que es la parte más retrasada del ojo y que es la única zona fotosensible del mismo. Un ojo miope forma la imagen delante de la retina y se corrige situando una lente divergente

delante del ojo; un ojo hipermetrope forma la imagen detrás de la retina y se corrige utilizando una lente convergente.

Elegir un bloque de problemas y dos cuestiones.

1. Cada cuestión debidamente justificada y razonada se valorará con un máximo de 2 puntos.
2. Cada problema con una respuesta correctamente planteada, justificada y con solución correcta se valorará con un máximo de 3 puntos.

PROBLEMAS

BLOQUE A

1. Con la misión de observar la superficie de la Luna, se coloca un satélite de 500 kg en órbita lunar de modo que su altura sobre la superficie de la Luna es de 260 km.

Calcular:

- a) La velocidad orbital del satélite.
- b) El período de revolución del satélite.
- c) La energía potencial del satélite debida al campo gravitatorio de la Luna.
- d) La energía total del satélite si se considera solo la interacción con la Luna.

Masa de la Luna: $M_L = 7,34 \cdot 10^{22} \text{ kg}$

Radio de la Luna: $R_L = 1.740 \text{ km}$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

2. Una superficie de vidrio ($n_v = 1,50$) tiene sobre ella una capa de agua ($n_a = 1,33$). Un rayo luminoso monocromático que se propaga por el vidrio incide sobre la superficie vidrio-agua.

- a) Hallar el ángulo de incidencia para que se produzca la reflexión total. Ayúdase de un dibujo.
- b) ¿Cuál será la velocidad de la luz en cada medio?

BLOQUE B

1. Un hilo conductor de 10 cm de longitud tiene una masa de 5 gr y está conectado a un generador de fem mediante hilos flexibles y ligeros de peso despreciable. El hilo, en posición horizontal, está situado en un campo magnético de 0,5 T, también horizontal y perpendicular al hilo. Hallar la intensidad de corriente necesaria para hacer flotar el hilo, es decir, para que la fuerza magnética equilibre al peso del hilo.

2. Un haz de luz de longitud de onda de 400 nm tiene una intensidad de $100 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

- a) ¿Cuál es la energía de cada fotón del haz?
- b) ¿Cuánta energía llega en un minuto a una superficie de 1 cm^2 perpendicular al haz?
- c) ¿Cuántos fotones llegan por segundo a esta superficie?

$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$

Constante de Planck: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

CUESTIONES

1. Reacciones de Fusión Nuclear. ¿De dónde procede la energía que se desprende?
Ventajas y dificultades para obtener energía procedente de la fusión.
2. Describir el funcionamiento de una lupa y analizar las características de sus imágenes. ¿Se pueden recoger estas imágenes en una pantalla?
3. Ley de Lenz de la inducción electromagnética. Aplicaciones.
4. Ecuación del movimiento armónico simple. Indicar el significado de cada término.
Poner algún ejemplo.

SOLUCIÓN

PROBLEMAS OPCIÓN A

1.

a) Como el satélite está en una órbita estable alrededor de la Luna debe cumplirse:

$$m_s \cdot \frac{v_s^2}{(R_L + h)} = G \cdot \frac{M_L \cdot m_s}{(R_L + h)^2} \Rightarrow v_s = \sqrt{\frac{G \cdot M_L}{R_L + h}} = 1564,57 \text{ m/s} = 1,56 \text{ Km/s}$$

b) El período se calcula mediante la siguiente expresión:

$$T = \frac{2\pi(R_L + h)}{v} = 8031 \text{ s} = 2,23 \text{ horas}$$

$$\text{c) } E_p = -G \cdot \frac{M_L \cdot m_s}{R_L + h} = -1223945 \text{ KJ}$$

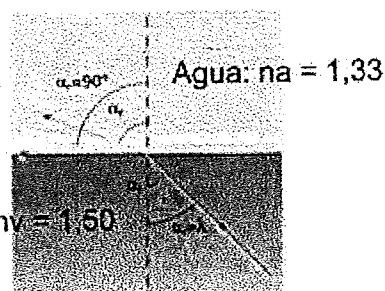
d) La energía total se calcula mediante la suma de la energía cinética y la energía potencial:

$$E_T = E_C + E_P = \frac{1}{2} m_s \cdot v_s^2 + E_P = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot (1564,57)^2 - 1223945000 = -611975178 \text{ J}$$

2.

a) Según la ley de refracción:

$$n_v \cdot \text{sen} \lambda = n_a \Rightarrow \text{sen} \lambda = \frac{n_a}{n_v} = \frac{1,33}{1,50} = 0,886 \Rightarrow \lambda = 62,45^\circ$$



b) De la definición del índice de refracción como el cociente entre la velocidad de propagación de las ondas luminosas en el vacío y la velocidad de propagación en dicho medio, se puede obtener la velocidad como:

$$n_v = \frac{c}{v_v} \Rightarrow v_v = \frac{c}{n_v} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,50} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$n_a = \frac{c}{v_a} \Rightarrow v_a = \frac{c}{n_a} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,33} = 2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

CUESTIONES

3.

Ley de Lenz: El sentido de la corriente inducida es tal que se opone a la variación de flujo que la produce.

Aplicaciones de la inducción electromagnética son los generadores de corriente alterna, los motores eléctricos...

4.

El **movimiento armónico simple** (m.a.s.) es un movimiento rectilíneo cuyo desplazamiento x con respecto a un punto fijo viene dado por una función del tipo $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$, siendo A , ω y φ constantes.

La constante A , representa el valor máximo que puede tomar la elongación x y se llama **amplitud**.

La constante φ se llama **desfase inicial** y determina la elongación inicial x_0 cuando $t = 0$, es decir $x_0 = A \cdot \cos\varphi$.

La constante ω , da una idea de la rapidez con que se mueve el oscilador, se llama **frecuencia angular** o **pulsación**.

Ejemplos de movimientos armónico simple, el péndulo y el movimiento de vibración de un muelle.

Elegir un bloque de problemas y dos cuestiones.

1. Cada cuestión debidamente justificada y razonada se valorará con un máximo de 2 puntos.
2. Cada problema con una respuesta correctamente planteada, justificada y con solución correcta se valorará con un máximo de 3 puntos.

PROBLEMAS

BLOQUE A

1. Dos cargas negativas puntuales de $-5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, están fijas en el eje OX en los puntos $x_1 = 0$ y $x_2 = 5$, donde las distancias se expresan en mm. Hallar:
 - a) El campo eléctrico en el punto $x_3 = 10$, indicando su dirección y sentido.
 - b) La velocidad con que llega al punto $x_4 = 8$, una partícula de carga $8 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ y 5 mg de masa que se abandona libremente en el punto $x_5 = 10$
$$K = (1/4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$
2. Una onda armónica se propaga por un medio elástico siguiendo la ecuación $y = 24 \cdot \sin(2000t - 5x)$ en unidades del S.I. Determinar:
 - a) Amplitud, frecuencia y longitud de onda de la misma.
 - b) El desfase que existirá entre dos puntos separados 0,2 m entre si a lo largo de la dirección de propagación de la onda.
 - c) La ecuación de otra onda idéntica a la anterior que se propague en sentido contrario a la dada.

BLOQUE B

1. Un cohete de 1000 kg se pone en órbita circular a 800 km de la superficie de la Tierra. Calcular:
 - a) Su energía potencial
 - b) Su energía cinética
 - c) El período de revolución del satélite
 - d) La velocidad que debiera tener a esa altura para escapar del campo gravitatorio terrestre.

Constante de gravitación universal

Masa de la Tierra

Radio de la Tierra

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$

$M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$

$R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$
2. Sobre el cátodo de una célula fotoeléctrica incide luz ultravioleta de 2536 Å de longitud de onda. Sabiendo que el umbral fotoeléctrico del cobre metálico está en $\lambda = 3200 \text{ Å}$. Calcular:
 - a) El valor del trabajo de extracción en Julios
 - b) La energía cinética máxima de los electrones expulsados

c) La velocidad máxima de los fotoelectrones

Masa del electrón $m_e = 9,10 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$

Carga del electrón $e = - 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Culombios}$

Constante de Plank $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Julios} \cdot \text{seg}$

1 angstrom $1\text{\AA} = 10^{-10} \text{ m}$

CUESTIONES

1. Describir el funcionamiento del ojo humano. ¿En qué consisten la miopía y la hipermetropía? ¿Cómo se corrigen?
2. Analogías y diferencias entre las fuerzas gravitatorias y electrostáticas.
3. Ley de Lenz de la inducción electromagnética. Aplicaciones.
4. Reacciones de Fisión Nuclear. ¿De dónde procede la energía desprendida? Ventajas e inconvenientes para obtener energía procedente de la Fisión.

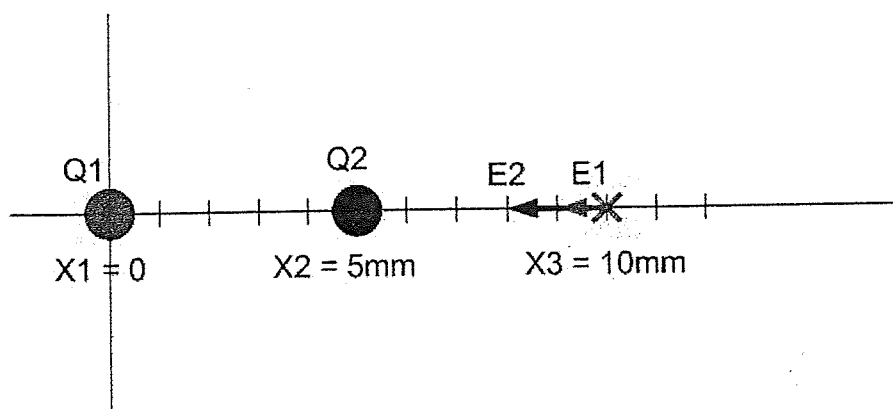
SOLUCIÓN

PROBLEMAS OPCIÓN A

1.

a) En la figura se puede ver la dirección y sentido del campo creado por las dos cargas en el punto del eje x, $x_3 = 10$ mm. A continuación se calcula el módulo:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= K \cdot \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-8}}{(10 \cdot 10^{-3})^2} = 45 \cdot 10^5 \text{ N/C} \\ E_2 &= K \cdot \frac{q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-8}}{(5 \cdot 10^{-3})^2} = 180 \cdot 10^5 \text{ N/C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -225 \cdot 10^5 \hat{i} \text{ N/C}$$



b)

$$\left. \begin{aligned} T_{34} &= (V_4 - V_3) \cdot q' = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ v &= \sqrt{\frac{2 \cdot (V_4 - V_3) \cdot q'}{m}} \\ V_4 &= 9 \cdot 10^9 \cdot (-5 \cdot 10^{-8}) \cdot \left(\frac{1}{8 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{3 \cdot 10^{-3}} \right) = -206250 \text{ V} \\ V_3 &= 9 \cdot 10^9 \cdot (-5 \cdot 10^{-8}) \cdot \left(\frac{1}{10 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} \right) = -135000 \text{ V} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot (206250 - 135000) \cdot 8 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-6}}} = 15 \text{ m/s}$$

2.

a) Identificando los términos con la ecuación general:

$$y = A \cdot \sin 2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$A = 24$$

$$2\pi f = 2000 \Rightarrow f = \frac{1000}{\delta} \text{ s}^{-1}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = 5 \Rightarrow \delta = \frac{2\delta}{5} \text{ m}$$

b) $\delta = -5 \cdot x_2 + 5 \cdot x_1 = 5 \cdot (x_1 - x_2) = 5 \cdot 0,2 = 1 \text{ m}$

c) Para obtener la ecuación idéntica a la anterior que se desplaza en sentido contrario basta con cambiar el signo dentro del seno, $y = 24 \cdot \sin(2000t + 5x)$

CUESTIONES

2.

Analogías:

- Ambos campos son centrales, ya que están dirigidos hacia el punto donde se encuentra la masa o la carga que los crea.
- Son conservativos porque la fuerza central solamente depende de la distancia.
- La fuerza central que define ambos campos es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia

Diferencias:

- El campo gravitatorio es universal: existe para todos los cuerpos. El campo eléctrico sólo existe cuando los cuerpos están cargados de electricidad.
- El campo gravitatorio es siempre de atracción, mientras que el campo eléctrico puede ser de atracción (cargas de diferente signo) o de repulsión (cargas de igual signo)
- La constante eléctrica K viene a ser 10^{20} veces mayor que la constante gravitatoria G. Lo que indica que el campo gravitatorio es muy débil comparado con el campo eléctrico.
- Una masa, esté en reposo o en movimiento siempre crea un campo gravitatorio. Una carga eléctrica en movimiento además del campo eléctrico crea también un campo magnético.

3. Ley de Lenz: El sentido de la corriente inducida es tal que se opone a la variación de flujo que la produce.

Aplicaciones de la inducción electromagnética son los generadores de corriente alterna, los motores eléctricos...

PRUEBAS SELECTIVIDAD LOGSE – CUESTIONES

PAIS VASCO

Junio 1995

1. Describir analogías y diferencias entre las ondas sonoras y las luminosas.
2. Reacciones de fusión. ¿De dónde procede la energía que se desprende? Ventajas y dificultades para obtener energía procedente de la fusión.
3. Describir el fundamento de un generador de corriente alterna. ¿Cuál es la diferencia entre las distintas centrales de producción eléctrica? (térmicas, hidroeléctricas, nucleares...)
4. Dualidad onda-corpúsculo. Hipótesis de De Broglie.

Setiembre 1995

1. Diferencias entre ondas transversales y longitudinales. Ejemplos de cada uno de los tipos.
2. Momento angular de un sólido rígido. Describir algún ejemplo de movimiento en que se cumpla el teorema de la conservación del momento angular
3. Energía de origen nuclear. Describir las diferencias entre las reacciones de fisión y fusión.
4. Describir el funcionamiento de un microscopio y analizar las características de sus imágenes.

Junio 1996

1. Una fuente emite fotoelectrones cuando se ilumina con luz azul, pero no emite cuando se ilumina con luz verde. ¿qué ocurrirá al iluminarla con luz roja? ¿Y con luz ultravioleta? Razonar las respuestas.
2. Una partícula cargada positivamente penetra en una región donde existe un campo electrostático uniforme. Describir el movimiento de la partícula si la velocidad inicial está dirigida en: a) la dirección y sentido del campo, b) en sentido opuesto, c) formando un cierto ángulo con el campo.
3. Escribir las leyes de Kepler del movimiento de rotación de los planetas alrededor del Sol. A partir de la Ley de Gravitación de Newton, demostrar la tercera ley de Kepler para una órbita circular.
4. Describir el fenómeno de la radiactividad natural y definir: constante radioactiva, vida media y período de semidesintegración. ¿Cuál es la relación entre estas magnitudes?

Setiembre 1996

1. ¿Cómo se ha de aplicar un campo eléctrico y otro magnético uniformes para que sus fuerzas respectivas sobre una carga con velocidad " v " se anulen? ¿Cuál es la relación entre sus módulos?
2. ¿Cuál es la hipótesis básica de la teoría de Plank?. ¿Qué dimensiones tiene la constante de Plank?
3. Enunciar la ley de Lenz-Faraday de la inducción electromagnética. ¿Puede inducirse f.e.m. en una espira en un campo magnético constante?
4. Describir el funcionamiento de una lupa y analizar las características de sus imágenes. ¿Se pueden recoger estas imágenes en una pantalla?

Junio 1997

1. Describir el funcionamiento óptico del ojo humano. ¿En qué consiste la miopía y la hipermetropía?
2. Explicar el efecto fotoeléctrico. Si se duplica la frecuencia de la radiación que incide sobre la superficie de un metal ¿se duplica la velocidad de los electrones extraídos?
3. La masa de un núcleo atómico ¿es mayor o menor que la suma de las masas de los nucleones que lo integran?. Explicar el concepto de energía de enlace en el núcleo, y su relación con la estabilidad del mismo.
4. En un instante dado un electrón se mueve con velocidad "v", sobre el eje X en sentido positivo en una región en que existe un campo magnético B, en sentido negativo del eje Z. ¿Cuál es la dirección y sentido de la fuerza magnética?. ¿Cuánto vale? ¿Qué tipo de movimiento describirá el electrón?

Setiembre 1997

1. Explica el concepto de ángulo límite y reflexión total. Describir alguna aplicación de este fenómeno.
2. Definir un campo de fuerzas conservativo y analiza sus diferencias con los no conservativos. Poner un ejemplo de cada uno de ellos.
3. Ley de Lenz de la inducción electromagnética. Aplicaciones
4. Describir la fusión nuclear. ¿A qué se debe que los reactores de fusión no sean aun una realidad como son los reactores de fisión?. ¿Qué ventajas e inconvenientes presenta la energía nuclear procedente de la fisión frente a la procedente de la fusión?

Junio 1998

1. Describir el fenómeno de polarización de las ondas. ¿Qué tipo de ondas pueden ser polarizadas? ¿Puede polarizarse el sonido? ¿y la luz? Razonar
2. Describir el fenómeno de la radiactividad natural. ¿Qué efectos tiene la radiación sobre el organismo. ¿Qué tipo de radiación es la más nociva?. Razona la contestación
3. Describir el funcionamiento de un proyector de diapositivas incluyendo un esquema gráfico de la formación de la imagen.
4. Efecto fotoeléctrico. Leyes experimentales. Teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico.

OTRAS AUTONOMÍAS

1. El flujo magnético que atraviesa una espira conductora viene dado por $\Phi = (t^2 - 4t) \cdot 10^{-1} \text{ T.m}^2$, viniendo t en segundos. Hallar: a) la f.e.m. inducida en función del tiempo; b) representar gráficamente la dependencia temporal del flujo y la f.e.m.; c) ¿En qué instante se anula el flujo? ¿Qué valor tiene entonces la f.e.m.?
2. ¿Cuál es la energía potencial gravitatoria de una partícula de masa M_1 situada a una distancia R de otra de masa M_2 ?. Representar esa energía potencial en función de R.
3. ¿Cuáles son las características más importantes de los campos conservativos y no conservativos? ¿Son fuerzas conservativas las fuerzas de rozamiento, las centrales y las fuerzas constantes?
4. Dos cables largos y paralelos, que transportan corrientes eléctricas, se atraen o se repelen a causa de los campos magnéticos generados por ellos. Explicar cualitativamente el fenómeno.

1. Enuncia y demuestra el teorema del momento angular para un punto material. Describe algún ejemplo de movimiento en el que se cumpla el teorema de conservación del momento angular.
 2. Explica cómo varía la energía mecánica de un oscilador lineal si: a) se duplica la amplitud; b) se duplica la frecuencia; c) se duplica la amplitud y se reduce la frecuencia a la mitad.
 3. Por dos conductores rectilíneos, paralelos y de longitud infinita, circulan intensidades de corrientes, una doble que la otra, y en sentidos opuestos. Si la distancia entre los conductores es "d", ¿en qué puntos el campo magnético resultante es nulo?. Razona la respuesta
 4. Fuerza magnética sobre una carga en movimiento. ¿En qué dirección se debe mover una carga en un campo magnético para que no se ejerza fuerza sobre ella?
-
1. Halla la expresión de la velocidad de escape de un cuerpo que se encuentra en la superficie de la Tierra.
 2. Si el índice de refracción del agua respecto al aire es de 4/3, ¿qué puedes deducir respecto a la velocidad de la luz en el agua?
 3. ¿Qué es un campo de fuerzas conservativo?. Explica el concepto de diferencia de potencial entre dos puntos de un campo conservativo.
 4. Variación de la aceleración del campo gravitatorio sobre la superficie terrestre en función de su latitud. Dibujar un esquema en el que se pueda apreciar esta variación en el polo y en el ecuador, representando las fuerzas que actúan.
-
1. ¿A qué velocidad la masa de un cuerpo será doble que la masa en reposo?
 2. Si el potencial eléctrico V es constante en toda una región del espacio, ¿cómo es el campo eléctrico en toda esa región?
 3. ¿Puede la suma de dos movimientos ondulatorios producir reposo? Explicalo.
 4. Completar las siguientes reacciones, razonando la respuesta.

$$N_{7}^{14} + He_{2}^{4} \rightarrow O_{8}^{17} +$$

$$Be_{4}^{9} + He_{2}^{4} \rightarrow C_{6}^{12} +$$
-
1. Explica brevemente la hipótesis cuántica de Planck
 2. Describe una experiencia para producir corriente eléctrica, si dispones de una bobina y un imán, explicando el fenómeno que tiene lugar
 3. Razona porqué son planas las trayectorias de los planetas alrededor del Sol.
 4. Campo creado por un hilo conductor de longitud indefinida a una distancia "r" del hilo.
-
1. El trabajo realizado por una fuerza depende sólo de los puntos inicial y final de la trayectoria: a) si las fuerzas son conservativas; b) independientemente del tipo de fuerzas; c) cuando no existen fuerzas de tipo electromagnético. Razona tu respuesta.
 2. Se consideran dos ondas de radio, una en onda media (AM) de 1000 KHz y otra en frecuencia modulada (FM) de 100 MHz. A) la onda de AM tiene mayor longitud de onda que la de FM. b) la onda de AM tiene menor longitud de onda que la de FM. c) todas las ondas de radio tienen igual longitud de onda. Razona la respuesta
 3. Se dispone de luz monocromática capaz de extraer electrones de un metal. A medida que crece la longitud de onda de la luz incidente: a) los electrones emitidos son más energéticos; b) Los electrones emitidos son menos energéticos; c) la luz monocromática no es capaz de extraer electrones. Razona la respuesta
 4. El momento de inercia: a) es un invariante de cada cuerpo, como la mas; b) depende de las características dinámicas del movimiento; c) queda fijado al fijar un eje de rotación del cuerpo. Razona la respuesta.